GUIA Nº 1
Ecuaciones e Inecuaciones

Parte Teórica

TEMAS A REPASAR: Factorización de polinomios, raíces de un polinomio, método de Gauss y regla de Ruffini

LOS NÚMEROS REALES

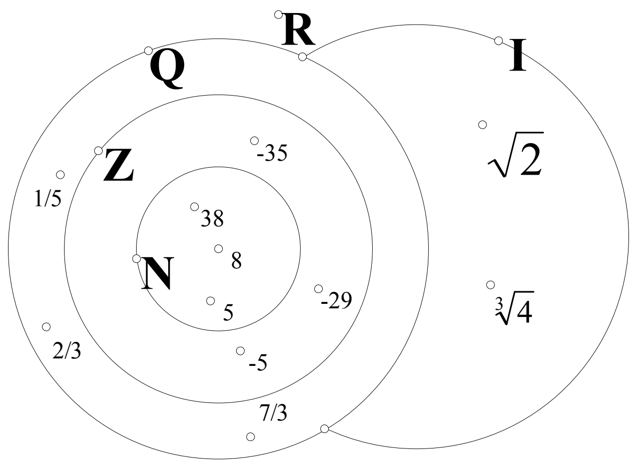
Los números racionales son los que pueden expresarse en forma de fracción. Los números naturales, los enteros, las expresiones decimales exactas y las periódicas pueden ser expresadas en forma de fracción, por lo tanto, todos ellos son números racionales (se lo simboliza con la letra Q)

Los números irracionales son los NO racionales, es decir aquellos que no pueden ser expresados en forma de fracción, ya que su expresión decimal tiene infinitas cifras NO periódicas.

Por ejemplo, son números irracionales:

- Las raíces de números naturales cuyos resultados no son naturales: $\sqrt[5]{2}$; $\sqrt[3]{5}$; $\sqrt[4]{9}$
- Expresiones decimales generadas con cierto criterio, de modo tal que la cantidad de cifras decimales resulten infinitas: 0,123456….; -45, 01000100001000001…. (Los anotamos con tres puntos suspensivos para indicar que sigue la secuencia en las cifras decimales)
- Números "especiales" $\pi = 3{,}1415\ldots$, $e = 2{,}7182$, $\phi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

La unión del conjunto Q (números racionales) con el conjunto I de los números irracionales forma el conjunto R de los números reales.



ECUACIONES EN R: Resolver una ecuación es encontrar los valores o el valor desconocido que verifica la igualdad.

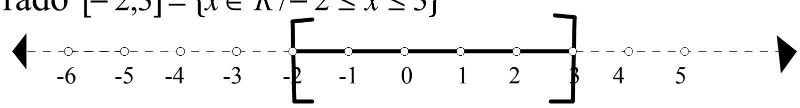
CONJUNTO DE CEROS, RAÍCES E INTERSECCIÓN CON EL EJE "X"

Dada una función F(x) hallar el conjunto de ceros que se simboliza C_0, raíces o intersección con el eje x, significa igualar la función dada a cero, es decir f(x) =0 y hallar los valores de "x" que verifican esa ecuación

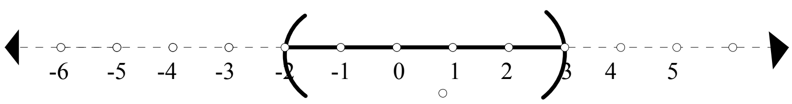
INTERVALOS E INECUACIONES EN LA RECTA REAL

Los siguientes ejemplos muestran cómo se pueden expresar algunos subconjuntos de números reales, llamados intervalos.

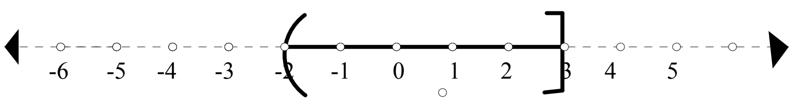
- Intervalo cerrado $[-2;3]=\{x\in R/-2\leq x\leq 3\}$



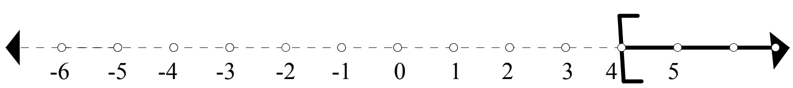
- Intervalo abierto $(-2;3)=\{x\in R/-2\langle x\langle 3\}$



- Intervalo semiabierto $(-2;3]=\{x\in R/-2\langle x\leq 3\}$



- Intervalo infinito (semiabierto o semicerrado) $[4;+\infty)=\{x\in R/x\geq 4\}$



RESOLUCIÓN DE INECUACIONES

Para resolver inecuaciones son válidos los mismos pasos que para resolver ecuaciones

- Suprimir paréntesis
- Quitar denominadores
- Pasar sumandos de un miembro a otro (está sumando, pasa dividiendo; está restando pasa sumando)
- Pasar factores o denominadores positivos de un miembro a otro (está multiplicando, pasa dividiendo; está dividiendo pasa multiplicando)

> ❖ La única diferencia es que, cuando la incógnita está multiplicada o dividida por un número negativo, se cambia el signo en los dos miembros y se invierte el sentido de la desigualdad.
>
> Ejemplo: $$\begin{aligned} -3.x &< 11 \\ 3.x &> -11 \\ x &> -\frac{11}{3} \end{aligned}$$

MÓDULO O VALOR ABSOLUTO

Llamamos módulo o valor absoluto de un número real "x" a la distancia entre dicho número y el cero. Los simbolizamos $|x|$, y como toda distancia, nunca toma valores negativos, es decir $|x| \geq 0$ para cualquier valor de x.

Formalmente se define así:

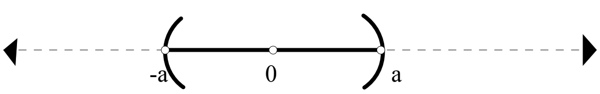
Si $x \geq 0, \text{ entonces } |x| = x$

Si $x \leq 0, \text{ entonces } |x| = -x$

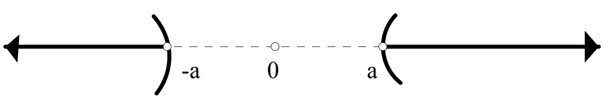
ALGUNAS PROPIEDADES DEL MÓDULO

Par todo número real, se cumple que:

- $|x| = |-x|$
- $|x| < a \Rightarrow -a < x < a$



- $|x| > a \Rightarrow x > a \quad o \quad x < -a$



- $\sqrt{x^2} = |x|$

ECUACIONES CON MÓDULO

En los siguientes ejemplos se puede observar cómo resolver algunas ecuaciones que involucran módulos

$$a)\ |x| = 2 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

$$b)\ |x-5| = 2 \Rightarrow \begin{cases} \bullet\ x-5 = 2 \\ \quad x = 2+5 \\ \quad x = 7 \\ \bullet\ x-5 = -2 \\ \quad x = -2+5 \\ \quad x = 3 \end{cases}$$

$$c)\ x^2 = 4 \Rightarrow |x| = \sqrt{4} \Rightarrow |x| = 2 \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

INECUACIONES CON MÓDULO

En los siguientes ejemplos pueden observar cómo se resuelven algunas inecuaciones que involucran módulos.

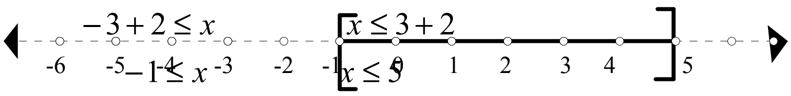
- $|x-2| \leq 3$

$$-3 \leq x-2 \leq 3$$

$$-3 \leq x-2 \quad y \quad x-2 \leq 3$$

$$-3+2 \leq x \qquad x \leq 3+2$$

$$-1 \leq x \qquad x \leq 5$$



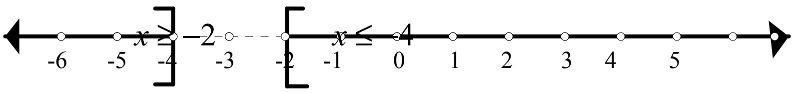
$S = (-1;5)$

- $|x+3| \geq 1$

$$x+3 \geq 1 \quad o \quad x+3 \leq -1$$

$$x \geq 1-3 \qquad x \leq -1-3$$

$$x \geq -2 \qquad x \leq -4$$



$S = (-\infty;-4] \cup [-2;+\infty)$

Profesora: Sandra Redaelli