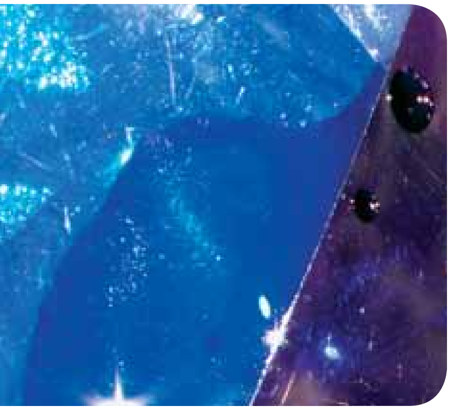
Serie para la enseñanza en el modelo 1 a 1



Física

Hernán Ferrari

Presidencia de la Nación

Autor: **Hernán Ferrari.**
Edición y corrección: **Martín Vittón.**
Diseño de colección: **Silvana Caro.**
Fotografía: **© John Chase** (tapa).
Gestión y edición fotográfica: **María Angélica Lamborghini** (tapa).

Coordinación de Proyectos Educ.ar S. E.: **Mayra Botta.**
Coordinación de Contenidos Educ.ar S. E.: **Cecilia Sagol.**
Líder de proyecto: **Magdalena Garzón.**

Ferrari, Hernán
Física. - 1a ed. - Buenos Aires : Ministerio de Educación de la Nación, 2011.
48 p. ; 20x28 cm.

ISBN 978-950-00-0873-0

1. Física. I. Título
CDD 530

ISBN: 978-950-00-0873-0
Queda hecho el depósito que dispone la ley 11.723.
Impreso en Argentina. Printed in Argentina.
Primera edición: octubre 2011.

Autoridades

Presidenta de la Nación
Dra. Cristina Fernández de Kirchner

Ministro de Educación
Prof. Alberto E. Sileoni

Secretaria de Educación
Prof. María Inés Abrile de Vollmer

Jefe de Gabinete
Lic. Jaime Perczyk

Subsecretaria de Equidad y Calidad Educativa
Lic. Mara Brawer

Subsecretario de Planeamiento Educativo
Lic. Eduardo Aragundi

Directora Ejecutiva del INET
Prof. María Rosa Almandoz

Directora Ejecutiva del INFOD
Lic. Graciela Lombardi

Directora Nacional de Gestión Educativa
Prof. Marisa Díaz

Directora Nacional de Formación e Investigación
Lic. Andrea Molinari

Gerente General Educ.ar S. E.
Rubén D'Audia

Coordinadora Programa Conectar Igualdad
Lic. Cynthia Zapata

Gerenta TIC y Convergencia Educ.ar S. E.
Patricia Pomiés

Prólogo

Hemos emprendido un camino ambicioso: el de sentar las bases para una escuela secundaria pública inclusiva y de calidad, una escuela que desafíe las diferencias, que profundice los vínculos y que nos permita alcanzar mayor igualdad social y educativa para nuestros jóvenes.

En este contexto, el Programa Conectar Igualdad, creado por decreto del gobierno nacional N.º 459/10, surge como una política destinada a favorecer la inclusión social y educativa a partir de acciones que aseguren el acceso y promuevan el uso de las TIC en las escuelas secundarias, escuelas de educación especial y entre estudiantes y profesores de los últimos años de los Institutos Superiores de Formación Docente.

Tres millones de alumnos de los cuales somos responsables hoy integran el programa de inclusión digital. Un programa en el que el Estado asume el compromiso de poner al alcance de todos y todas la posibilidad de acceder a un uso efectivo de las nuevas tecnologías.

Un programa que le otorga a la escuela el desafío de ofrecer herramientas cognitivas y el desarrollo de competencias para actuar de modo crítico, creativo, reflexivo y responsable frente a la información y sus usos para la construcción de conocimientos socialmente válidos.

En nuestro país esta responsabilidad cobró vida dentro de la Ley de Educación Nacional N.º 26.206. En efecto, las veinticuatro jurisdicciones vienen desarrollando de manera conjunta la implementación del programa en el marco de las políticas del Ministerio de Educación de la Nación, superando las diferencias políticas con miras a lograr este objetivo estratégico.

Para que esta decisión tenga un impacto efectivo, resulta fundamental recuperar la centralidad de las prácticas de enseñanza, dotarlas de nuevos sentidos y ponerlas a favor de otros modos de trabajo con el conocimiento escolar. Para ello la autoridad pedagógica de la escuela y sus docentes necesita ser fortalecida y repensada en el marco de la renovación del formato escolar de nuestras escuelas secundarias.

Sabemos que solo con equipamiento e infraestructura no alcanza para incorporar las TIC en el aula ni para generar aprendizajes más relevantes en los estudiantes. Por ello los docentes son figuras clave en los procesos de incorporación del recurso tecnológico al trabajo pedagógico de la escuela. En consecuencia, la incorporación de las nuevas tecnologías, como parte de un proceso de innovación pedagógica, requiere entre otras cuestiones instancias de formación continua, acompañamiento y materiales de apoyo que permitan asistir y sostener el desafío que esta tarea representa.

Somos conscientes de que el universo de docentes es heterogéneo y lo celebramos, pues ello indica la diversidad cultural de nuestro país. Por lo tanto, de los materiales que en esta oportunidad ponemos a disposición, cada uno podrá tomar lo que le resulte de utilidad de acuerdo con el punto de partida en el que se encuentra.

En tal sentido, las acciones de desarrollo profesional y acompañamiento se estructuran en distintas etapas y niveles de complejidad, a fin de cubrir todo el abanico de posibilidades: desde saberes básicos e instancias de aproximación y práctica para el manejo de las TIC, pasando por la reflexión sobre sus usos, su aplicación e integración en el ámbito educativo, la exploración y profundización en el manejo de aplicaciones afines a las distintas disciplinas y su integración en el marco del modelo 1 a 1, hasta herramientas aplicadas a distintas áreas y proyectos, entre otros.

El módulo que aquí se presenta complementa las alternativas de desarrollo profesional y forma parte de una serie de materiales destinados a brindar apoyo a los docentes en el uso de las computadoras portátiles en las aulas, en el marco del Programa Conectar Igualdad. En particular, este texto pretende acercar a los integrantes de las instituciones que reciben equipamiento 1 a 1 reflexiones, conceptos e ideas para el aula. De esta manera, el Estado Nacional acompaña la progresiva apropiación de las TIC para mejorar prácticas habituales y explorar otras nuevas, con el fin de optimizar la calidad educativa y formar a los estudiantes para el desafío del mundo que los espera como adultos.

Deseamos que sea una celebración compartida este importante avance en la historia de la educación argentina, como parte de una política nacional y federal que tiene como uno de sus ejes fundamentales a la educación con inclusión y justicia social.

Prof. Alberto Sileoni
Ministro de Educación de la Nación

Índice

Introducción

La Física intenta describir los distintos comportamientos que se encuentran en la naturaleza con el fin de analizarla y describirla. Desde Galileo Galilei en adelante, las conclusiones de esta ciencia se basan en resultados obtenidos a través de la experimentación, de allí que la Física sea una ciencia netamente experimental. Realizando experimentos se llevan a cabo mediciones de distintas magnitudes físicas y luego se analizan los resultados obtenidos para tratar de modelizar esos resultados.

Para desarrollar el modelo de la naturaleza se emplea el lenguaje matemático, y es así cómo se desarrolla una teoría que describe el comportamiento de la naturaleza. Con este modelo se pueden reproducir los resultados obtenidos en los experimentos, dándole fortaleza al modelo, pero también se pueden llegar a predecir resultados no medidos. Cuando estas predicciones son medidas experimentalmente en la naturaleza, las teorías y los modelos ganan fortaleza, y son aceptados como buenos modelos de la realidad. Por el contrario, si la naturaleza contradice el resultado de una teoría, la teoría debe ser reformulada, corregida o desechada y reemplazada por una nueva.

Durante cientos de años los modelos desarrollados por Newton fueron confirmados para el movimiento de los cuerpos en escalas macroscópicas y a bajas velocidades. Sin embargo, para poder desarrollar estos modelos y teorías, Newton necesitó crear toda una nueva rama de la Matemática, conocida como cálculo diferencial e integral. En estos días, con la ayuda y la potencia de las nuevas computadoras, es posible resolver problemas avanzados del movimiento de los cuerpos utilizando únicamente las definiciones básicas de posición, velocidad y aceleración medias.

El objetivo de este material es utilizar el software disponible en las netbooks para resolver problemas tradicionales de enseñanza media, y también poder encontrar soluciones a problemas que no se pueden resolver con lápiz y papel o en el pizarrón, pero sí con la potencia de cálculo de una computadora. Para resolver los problemas propuestos en las actividades se utilizan programas de uso libre: Scilab y Modellus. El primero es un programa que permite programar en lenguaje de alto nivel, y si bien es más complejo, sus resoluciones son más rápidas. El segundo, por su parte, es un software con una interfaz gráfica más amigable, preparada para resolver problemas de evolución temporal.

Los programas

Modellus

Es un programa que permite al usuario diseñar, construir, explorar y simular un fenómeno físico a partir de un modelo matemático interactivo. Esta simulación tiene lugar en su aspecto temporal (evolución a lo largo del tiempo) y matemático (cálculo de valores).

Este software está orientado a estudiar modelos temporales, por lo cual permite simular fenómenos físicos en distintos escenarios (casos), en cada uno de los cuales el parámetro o la constante del modelo puede ser modificado. La interfaz con la que trabaja el usuario está dada en un entorno muy amigable basado en una serie de ventanas, que reúnen o muestran informaciones concretas.

La versión 4.01 del programa Modellus que se utiliza en este material didáctico y funciona correctamente en las netbooks entregadas, se puede descargar de forma gratuita –previo registro en el sitio– en la siguiente página: http://modellus.fct.unl.pt. Podrán acceder al tutorial desde: http://escritorioalumnos.educ.ar/ > Programas > Modellus.

Scilab

Es un programa de cálculo numérico que permite realizar operaciones con cálculos matriciales, polinomios, operaciones con ecuaciones lineales y diferenciales, graficar funciones en 2D y 3D, y además programar sus propias funciones. Es un software que permite conocer y experimentar con el uso de variables y practicar programación. Utilizando algunos comandos básicos de este programa, y a través del modelado numérico, se pueden resolver muchos problemas de Física.

En los equipos portátiles está instalada la versión 5.1.1 de Scilab. Se puede acceder a un manual en español de la versión 3.0 del programa desde: http://www.scilab.org/contrib/index_contrib.php?page=download > Manuals > Introducción a Scilab (Héctor Manuel Mora Escobar).

El enlace directo para descargar el PDF es: http://www.scilab.org/contrib/download.php?fileID=210&attachFileName=Intro_Spanish.pdf.

La versión 5.3.2 de Scilab se puede descargar de forma gratuita desde la web oficial del programa: www.scilab.org.

1 Cinemática

A continuación se presentan tres propuestas de actividades para trabajar contenidos de cinemática integrando el uso de Modellus. Los contenidos que se abordan en cada actividad sugerida son los que en general se desarrollan en la materia, por eso se realizan breves introducciones a fin de que el docente emplee una o todas las actividades sugeridas en el momento de la clase que considere oportuno.

Las propuestas plantean el uso de conceptos abordados en el área de Matemática –como por ejemplo el de vectores– que son fundamentales para la Física y permiten un tratamiento más riguroso de la nomenclatura y una innovadora manera de abordar problemas de Física. Esto permitirá que el docente muestre a los alumnos –con un propósito concreto– contenidos aprendidos en otras áreas y cómo estos se vinculan entre sí.

Utilizar el programa Modellus para resolver problemas de cinemática posibilitará al docente concentrarse en la interpretación, comparación, construcción de hipótesis y conclusiones, y aprovechar la capacidad de cálculo del programa para resolver las operaciones de Matemática avanzada que están por detrás de las experiencias.

Secuencia didáctica n.º 1 Movimiento rectilíneo

Actividad 1. Altura máxima en un tiro vertical

1. **Resolver el siguiente problema utilizando el software Modellus: un jugador de fútbol profesional puede arrojar una pelota de fútbol en dirección vertical, con una velocidad inicial de $\sqrt{1500}$ m/s.**

   a) Utilizar las ecuaciones para el movimiento rectilíneo uniformemente variado. Para ello, en la ventana de modelo matemático escribir las ecuaciones del MRUV para las variables x1 y v1, en las que se ha tomado un sistema de referencia con origen en la posición inicial de la pelota, positivo hacia arriba y para un valor del módulo de la aceleración de la gravedad de 10 m/s^2.

$$v_1 = v_0 + at = \sqrt{1500}\ \frac{m}{s}\ -10\ \frac{m}{s^2}\ t$$

$$x_1 = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = \sqrt{1500}\ \frac{m}{s}\ t - 5\ \frac{m}{s^2}\ t^2$$

El modelo matemático tendrá una expresión similar a la siguiente:

Modelo Matemático

Solución analítica

$$v2 = \sqrt{1500} - 10 \times t$$

$$x2 = \sqrt{1500} \times t - 5 \times t^2$$

b) Se agregará en el fondo blanco del espacio de trabajo una partícula a la que se le asignará la variable *x1* en la coordenada vertical, también se cambiará la escala vertical a 4 píxeles por cada unidad. En la variable independiente se dará un paso de 0.1 entre un valor mínimo de 0 y máximo de 8. Por último, se agregará un nuevo objeto en el espacio de trabajo: un vector. Para ello, con el botón derecho seleccionar "crear vector", y ubicar este objeto en la coordenada horizontal 0; en la vertical se le asignará el valor de la velocidad *v1* y, finalmente, más a la derecha, se le pondrá "unir objeto a", "seleccionar Partícula 1". De esta forma se podrá ver el objeto subiendo y, junto con su movimiento en cada paso, cómo va variando el vector velocidad.

c) Apretando el botón verde de abajo a la izquierda, se podrá visualizar la solución del problema.

- ¿Cuál es la altura máxima y cuánto tiempo tarda en alcanzarla? Comparar este resultado con el que se obtuvo analíticamente –lápiz y papel–. La solución debe resultar similar a la que se ve en el siguiente video: http://youtu.be/9vxVm16k4tk.

d) En un procesador de textos, realizar un informe detallado de todos los pasos realizados en esta actividad, incluyendo programas utilizados, gráficos, a través de capturas de pantalla.

Word, procesador de textos de Microsoft Office.

Writer, procesador de textos de OpenOffice.

Actividad 2. Tiro oblicuo y caída libre con Modellus

Sobre un cuerpo que se mueve en el aire, en las cercanías de la superficie de la Tierra, actúa solamente la fuerza peso en la dirección vertical (despreciando el rozamiento con el aire).

Como la fuerza peso es una fuerza uniforme, es decir que tiene en todas las posiciones la misma dirección, módulo y sentido, en la dirección vertical existe una aceleración constante y el movimiento será un MRUV. En la dirección horizontal no hay fuerzas, con lo cual el movimiento horizontal será un MRU. La velocidad en esa dirección será constante con un valor igual a la componente inicial de la velocidad en la dirección horizontal. Por esta razón el movimiento termina resultando estar limitado a un plano, definido por la vertical y la componente de la velocidad inicial en la dirección horizontal.

Tomando un sistema de coordenadas con un eje *x* en la dirección horizontal y un eje *y* en la dirección vertical, tendremos en el eje *x* un MRU, con las relaciones:

$$x = x_0 + v_x.(t - t_0) \text{ con } v_x = \text{constante}$$

y en el eje *y*, considerando la aceleración de la gravedad hacia abajo, de módulo igual a 10 m/s², resulta:

$$y = y_0 + v_{y0}.(t - t_0) + \frac{1}{2} a.(t - t_0)^2$$

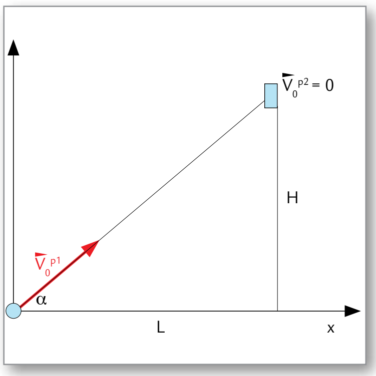
$$y = y_0 + v_{y0}.(t - t_0) - 5\frac{m}{s^2}.(t - t_0)^2$$

para la coordenada *y* mientras que la velocidad en esta dirección es:

$$v_y = v_{y0} + a_y.(t - t_0)$$

$$v_y = v_{y0} - 10\frac{m}{s^2}.(t - t_0)$$

El siguiente es un clásico problema de encuentro entre un tiro oblicuo y una caída libre: si un proyectil es lanzado contra un blanco que se deja caer libremente, apuntado en la dirección en la que lo impactaría en ausencia de la gravedad, el mismo lo impactará independientemente de la velocidad inicial. Esto será así porque tanto el tiro oblicuo como la caída libre se desplazarán hacia abajo la misma cantidad debido a la gravedad.



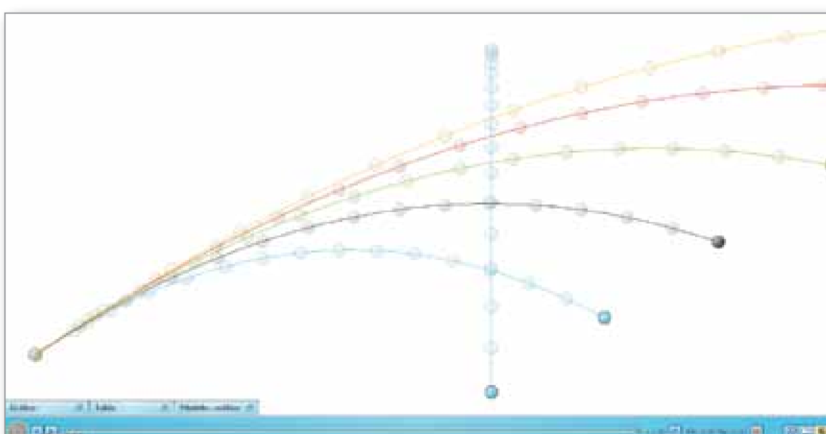
Ambos cuerpos comienzan sus movimientos en el mismo momento $t = 0$ segundos, estando la partícula 1 en el origen de coordenadas elegido y la partícula 2 a una distancia horizontal *L* y a una altura *H*, comenzando una caída libre, o sea, desde el reposo.

a) Construir el modelo matemático con el programa Modellus para cada partícula, considerando el sistema de referencia mostrado en la figura.

La componente horizontal y vertical de la velocidad inicial puede obtenerse por trigonometría utilizando las distancias *L* y *H*.

b) Realizar en forma individual la visualización en Modellus para distintos valores del módulo de la velocidad inicial de la partícula 1. Colocar en un **documento compartido** los resultados obtenidos y verificar que, independientemente de la velocidad inicial,

docs.google.com



las partículas siempre se encuentran. Considerar que la partícula 2 está a 10 metros de altura y a una distancia de 15 metros en la dirección horizontal.

c) En grupos de cuatro o cinco alumnos, analizar y construir el modelo matemático para que la velocidad inicial sea seleccionada al azar, utilizando el comando **rnd()**.

d) Utilizando un procesador de textos, redactar un informe detallado de todos los pasos realizados en esta actividad. Se pueden incluir programas realizados y gráficos.

Actividad de cierre. Tiro oblicuo, aceleración centrípeta y aceleración tangencial

Resolver el siguiente problema de tiro oblicuo: se arroja un cuerpo formando un ángulo de 30 grados con una velocidad inicial de módulo 3 m/s.

a) Visualizar el problema utilizando el programa Modellus. Agregar un vector correspondiente a la velocidad del cuerpo durante el tiro oblicuo.

b) Sabiendo que la aceleración es vertical e igual a la aceleración de la gravedad, descomponerla en aceleración tangencial y centrípeta, recordando que la primera está en la dirección de la velocidad y la segunda es perpendicular a esta. Agregar dos vectores que muestren estas aceleraciones siguiendo a la partícula.

c) Considerar la relación entre la aceleración centrípeta y el cuadrado del módulo de la velocidad para obtener la curvatura de la trayectoria del tiro oblicuo. Para ello, graficar el módulo de la aceleración centrípeta en función del cuadrado del módulo de la velocidad.

d) Utilizando un procesador de textos, redactar un informe detallado de todos los pasos realizados en esta actividad. Se pueden incluir programas realizados y gráficos.

2 Dinámica

A continuación se presentan contenidos de Dinámica integrando el uso de los programas Modellus y Scilab. Los contenidos que se abordan en cada actividad sugerida son los que habitualmente se desarrollan en la materia, por este motivo se realizan breves introducciones a fin de que el docente emplee una o todas las actividades sugeridas en el momento de la clase que considere oportuno.

Las propuestas plantean el uso de fuerzas conocidas, como la gravitatoria, la elástica y las de vínculo, utilizando su correcta descripción vectorial con un tratamiento más riguroso de la nomenclatura y una forma innovadora de abordar problemas de Física. Esto permitirá que el docente muestre a los alumnos –con un propósito concreto– contenidos aprendidos en otras áreas y cómo estos se vinculan entre sí.

El uso de los programas Modellus y Scilab para resolver problemas de dinámica posibilitará al docente concentrarse en la interpretación, comparación, construcción de hipótesis y conclusiones, y aprovechar la capacidad de cálculo de la netbook para que resuelva problemas que en algunos casos requieren de matemáticas avanzadas, difíciles de resolver con papel y lápiz. La posibilidad de graficar los problemas planteados para poder visualizar sus soluciones en tiempo real permitirá a los alumnos una mayor comprensión de los temas propuestos en este bloque.

Secuencia didáctica n.º 2
Fuerzas y Dinámica / Modelado numérico

Modelado numérico

El objetivo de la Dinámica es el estudio de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo para luego, con la relación a través de la masa (inercia del cuerpo), vincular la resultante de todas las fuerzas con la aceleración. Una vez obtenida la aceleración, puede calcularse la velocidad, y con esta última, la posición. Aunque en la escuela media todavía no se dispone de las herramientas matemáticas para realizar esto, a continuación se verá cómo resolver estos problemas con la ayuda de una computadora, a través del modelado numérico. Esta forma de trabajo permitirá resolver innumerables problemas sin necesidad de hacerlo analíticamente.

El concepto fundamental que está detrás del modelado numérico es el siguiente: cualquier función, si la vemos desde muy cerca, se va a parecer a una recta. Esta aproximación de una función por un comportamiento lineal (recta) se puede realizar dividiendo el intervalo sobre el que se quiere hallar la solución del problema en un número grande de intervalos pequeños. En cada intervalo se va a suponer que la velocidad varía linealmente, es decir, tomar la aceleración constante en ese intervalo pequeño de tiempo, lo que dará un cambio lineal para la velocidad. Aplicando el mismo principio para la posición, se supone la velocidad constante durante el pequeño intervalo de tiempo para así calcular el cambio en la posición.

Para comenzar, se propone repasar conocimientos de Cinemática y cómo se definen la posición, la velocidad y la aceleración medias.

La definición vista para la velocidad media está dada por:

$v = \frac{x}{t}$ o vectorialmente $\vec{v} = \frac{\vec{x}}{t}$

A continuación se verá el planteo para el caso rectilíneo (en una sola dimensión) y más adelante se retomará la problemática vectorial:

$$v = \frac{x}{t} = \frac{\left(x_f - x_i\right)}{\left(t_f - t_i\right)}$$

Despejando de esa definición de velocidad media, se puede obtener:

$$x_f = x_i + v\left(t_f - t_i\right)$$

Esta relación permite, al conocer la posición inicial, x_i, la velocidad media, v y el pequeño intervalo de tiempo, $\left(t_f - t_i\right)$, calcular la posición que tendrá luego de ese intervalo de tiempo, lo que se llama posición final, x_f.

Considerando esta posición final como la posición inicial para el siguiente pequeño intervalo, se puede calcular cómo varía la posición en el siguiente intervalo de tiempo. Sin embargo, habrá que ver cuánto vale la velocidad en este nuevo intervalo. Para ello se desarrolla de forma análoga a lo realizado con la velocidad y la posición, esta vez con la aceleración y la velocidad.

La definición para la aceleración media está dada por:

$$a = \frac{v}{t} = \frac{(v_f - v_i)}{(t_f - t_i)}$$

Despejando de esa definición de aceleración media, se puede obtener:

$$v_f = v_i + a(t_f - t_i)$$

Igual que antes, esta relación permite, conociendo la velocidad inicial, v_i, la aceleración media, a y el pequeño intervalo de tiempo, $(t_f - t_i)$, calcular la velocidad que tendrá luego de ese intervalo de tiempo, lo que se llama velocidad final, v_f.

Finalmente aquí entran los conceptos de fuerza que se desarrollan al estudiar la Dinámica, que dirá cómo cambia la fuerza a lo largo de los distintos intervalos de tiempo y así se podrá utilizar la correspondiente aceleración, como la fuerza sobre la masa, en cada pequeño intervalo.

Actividad 1. Resolver el movimiento horizontal de un cuerpo con y sin rozamiento

Un cuerpo se mueve sobre una superficie horizontal en línea recta por regiones donde se puede despreciar el rozamiento entre el cuerpo y la superficie, y por otras donde no.

a) Suponer que inicialmente tiene una velocidad de 80 m/s y una aceleración constante igual a 4 m/s^2 en dirección contraria a la velocidad (desaceleración). En los primeros 300 metros del movimiento lineal, el cuerpo y la superficie no presentan una fuerza de rozamiento apreciable. Luego, entre los 300 y 500 metros, y sólo en esta región de la recta, se observa un coeficiente de rozamiento dinámico de 0,3.

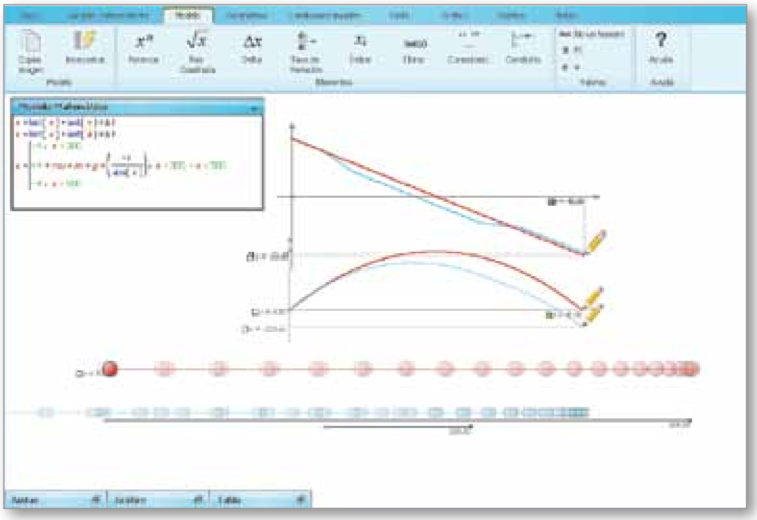
b) Si la masa del cuerpo es de 1 kg, resolver analíticamente el movimiento del cuerpo realizando los diagramas de cuerpo libre en las diferentes regiones por donde se mueve el cuerpo.

c) Con el programa Modellus, realizar la visualización del problema y comparar el movimiento si no existiera rozamiento.

- Luego de pasar dos veces por la región con rozamiento, ¿la velocidad del cuerpo con rozamiento es igual a la del que no presenta rozamiento?

Mirar el gráfico en Modellus. Explicar la respuesta con argumentos de cinemática y también de energía.

La solución al problema se puede consultar en el siguiente video: http://youtu.be/nSxxAPc1Dzc.



d) Utilizando un procesador de textos, redactar un informe detallado de todos los pasos realizados en esta actividad. Se pueden incluir programas realizados y gráficos.

Actividad 2. Movimiento en un plano inclinado con rozamiento

Cuando dos cuerpos sólidos están en contacto, aparecen fuerzas entre los átomos de los cuerpos que no le permiten a uno atravesar al otro. A estas fuerzas se las llama fuerzas de contacto. Un caso particular de estas fuerzas aparece al apoyar un cuerpo sobre una mesa o en un plano inclinado, nombrando a esta fuerza de vínculo como la “normal”, anula las fuerzas perpendiculares a la mesa o al plano de tal forma que el cuerpo tiene restringido su movimiento a estos planos.

Por su parte, y debido a este contacto y en función de la rugosidad de las superficies en contacto, aparecerán fuerzas disipativas que llamamos fuerzas de rozamiento, que son proporcionales a la fuerza normal. La constante de proporcionalidad entre estas fuerzas se llama coeficiente de rozamiento. Estas fuerzas de rozamiento se oponen al desplazamiento del cuerpo, por lo tanto serán contrarias al vector velocidad.

a) Utilizar el software Modellus para resolver el siguiente problema: un cuerpo se mueve sobre una superficie horizontal sin rozamiento, con una velocidad de 80 m/s, hasta llegar a la base de un plano inclinado. Debido a que la superficie del plano inclinado genera una fricción con el cuerpo, aparece una fuerza de rozamiento con un coeficiente de rozamiento igual a 0,3.

Resolver el movimiento del cuerpo sabiendo que el plano inclinado tiene una altura de 300 m y una base de 400.

b) ¿Qué tipo de movimiento tiene el cuerpo cuando no está sobre el plano inclinado?

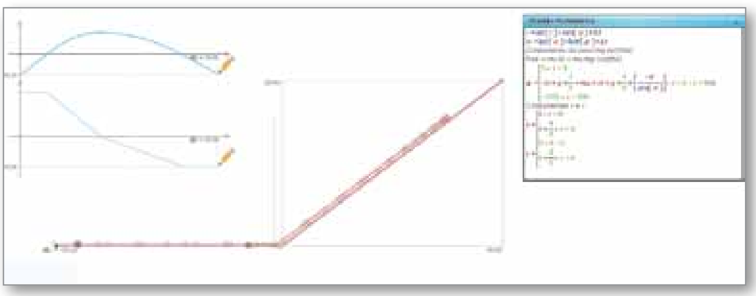
- Cuando está sobre el plano inclinado, plantear un diagrama de cuerpo libre para cuando el cuerpo sube y otro para cuando el cuerpo baja. ¿Qué tipo de movimiento tiene en cada uno de estos casos?

c) Plantear un sistema de coordenadas con un eje paralelo al plano inclinado y resolver el problema analíticamente.
Utilizando el Modellus, resolver el problema, planteando como modelo la aceleración en las distintas etapas analizadas en los puntos *a* y *b*.

- Para visualizar el problema y el movimiento sobre el plano inclinado, hay que realizar la proyección del movimiento en las componentes horizontal y vertical, ya que el Modellus sólo puede manejar cambios en estas direcciones.
- Agregar un lápiz para graficar la posición del cuerpo sobre el plano inclinado en función del tiempo. ¿Qué tipo de funciones se tiene que ver en cada región?
- Agregar otro lápiz para ver la velocidad del cuerpo en las distintas regiones y analizar si corresponden con las dependencias temporales esperadas.

d) Utilizando un procesador de textos, redactar un informe detallado de todos los pasos realizados en esta actividad. Se pueden incluir programas realizados y gráficos.

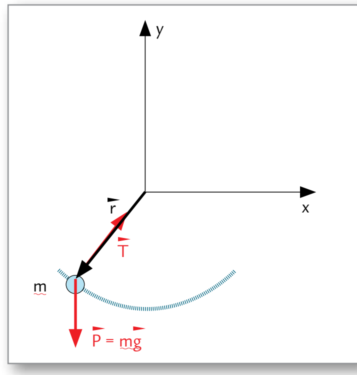
Captura de pantalla del problema utilizando Modellus.



Secuencia didáctica n.º 3
Fuerzas de vínculo y fuerzas elásticas (movimiento oscilatorio)

En el movimiento de un péndulo, el cuerpo está sujeto por el extremo de una soga, hilo, cadena o un vínculo en general, por lo que describe un movimiento acotado sobre parte de una circunferencia, cuyo radio será la longitud del vínculo.

Al igual que en el caso del movimiento circular, al tener un movimiento sobre una circunferencia tendremos una aceleración centrípeta que será igual al módulo de la velocidad al cuadrado dividido por el radio de curvatura. El vínculo generará una fuerza de reacción que será perpendicular al desplazamiento, siendo entonces una fuerza centrípeta. La otra fuerza involucrada será la fuerza peso, siempre en dirección vertical.



Este razonamiento es el que se utiliza para calcular la tensión o fuerza que realiza el vínculo, que junto con la componente de la fuerza peso en la dirección radial dará como resultado una aceleración centrípeta.

De esta forma, el módulo de la tensión en el vínculo menos la proyección de la fuerza peso en la dirección radial será igual al módulo de la velocidad al cuadrado sobre la longitud del péndulo.

Observando el gráfico de la derecha y el sistema de referencia planteado, la componente del peso en la dirección radial estará dada por un módulo igual a $\vec{P}\hat{r} = -mg\frac{y}{R}$ y estará en la dirección de $\hat{r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \frac{x}{R}, \frac{y}{R}$ por lo que las fuerzas serán:

el peso $\vec{P} = (0, -mg)$ y la tensión, sumadas serán igual a la aceleración centrípeta:

$$\vec{T} + \left(\vec{P}\hat{r}\right)\hat{r} = \frac{m|\vec{v}|^2}{R}\left(-\hat{r}\right)$$

$$T\left(-\hat{r}\right) + -\frac{mgy}{R}\;\hat{r} = \frac{m|\vec{v}|^2}{R}\left(-\hat{r}\right)$$

$$T = \frac{m|\vec{v}|^2}{R} - mg\;\frac{y}{R}$$

Una vez obtenido el módulo de la tensión, es posible descomponerla en sus componentes en x y en y, dado que estará en la dirección de $-\hat{r} = -\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = -\frac{x}{R}, -\frac{y}{R}$ por lo que las fuerzas serán:

$$\vec{P} = (0, -mg)$$

$$\vec{T} = \frac{m|\vec{v}|^2}{R} - mg\;\frac{y}{R} \quad -\frac{x}{R}, -\frac{y}{R} = -\frac{\left(m|\vec{v}|^2 - mgy\right)}{R^2}(x, y)$$

Actividad 1. Movimiento oscilatorio

Dado un péndulo cuya longitud es de 50 cm, se lo deja caer desde el reposo con un ángulo inicial de 30° respecto de la vertical. La posición inicial será por lo tanto $\left(R.sen(\theta), R.\cos(\theta)\right)$. Si la masa en el extremo del péndulo es de 1 kg, resolver el problema numéricamente.

a) Graficar la coordenada *x* y la coordenada *y* en función del tiempo. Graficar la coordenada *y* en función de la coordenada *x*.
b) Encontrar la altura máxima que alcanza el péndulo en su movimiento y confirmar que la velocidad en ese instante de tiempo es nula.
c) Calcular el ángulo del vector posición en función del tiempo y graficarlo.
d) Utilizando un procesador de textos, redactar un informe detallado de todos los pasos realizados en esta actividad. Se pueden incluir programas realizados y gráficos.

Actividad 2. Movimiento oscilatorio

Dado un péndulo cuya longitud es de 70 cm, se sabe que cuando pasa por la parte más baja de su trayectoria tiene una velocidad de 2,5 m/s. Si la masa en el extremo del péndulo es de 1,5 kg, resolver el problema numéricamente.

a) Graficar la coordenada *x* y la coordenada *y* en función del tiempo. Graficar la coordenada *y* en función de la coordenada *x*.
b) Encontrar la altura máxima que alcanza el péndulo en su movimiento y confirmar que la velocidad en ese instante de tiempo es nula.
c) Calcular el ángulo del vector posición en función del tiempo y graficarlo.
d) Utilizando un procesador de textos, redactar un informe detallado de todos los pasos realizados en esta actividad. Se pueden incluir programas realizados y gráficos.

Actividad 3. Período de un péndulo y su dependencia con la longitud del péndulo (con Scilab o Modellus)

a) Trabajando en forma individual, resolver numéricamente el movimiento de péndulos de distintas longitudes, por ejemplo, 10, 20, 30... hasta 100 cm de longitud.
b) En todos los casos, calcular el período de oscilación de cada péndulo, esto es el tiempo que tarda en ir y volver desde un extremo del movimiento hasta la misma posición del extremo.
c) En un documento compartido reunir los resultados obtenidos individualmente para graficar los períodos encontrados en función de la longitud de cada péndulo.
d) Realizar el gráfico del logaritmo del período en función del logaritmo de la longitud del péndulo. Con ello, tratar de concluir la relación entre el período de oscilación y la longitud del péndulo.

- Si un péndulo tarda un segundo en ir y volver a la posición extrema, ¿cuánto hay que aumentar su longitud en relación con el péndulo inicial para que el período sea de 2 segundos?

e) Utilizando un procesador de textos, redactar un informe detallado de todos los pasos realizados en esta actividad. Se pueden incluir programas realizados y gráficos.

Actividad 4. Péndulo con Modellus

Para el problema enunciado en la actividad 2, el modelo matemático en el Modellus quedará de la siguiente manera:

Modelo Matemático

$$\mathrm{vx} = \mathrm{last(vx)} + \mathrm{last(ax)} \times \quad \mathrm{t}$$

$$\mathrm{vy} = \mathrm{last(vy)} + \mathrm{last(ay)} \times \quad \mathrm{t}$$

$$\mathrm{x} = \mathrm{last(x)} + \mathrm{last(vx)} \times \quad \mathrm{t}$$

$$\mathrm{y} = \mathrm{last(y)} + \mathrm{last(vy)} \times \quad \mathrm{t}$$

$$0, t = 0$$

$$\mathrm{ax} = \frac{-\mathrm{last(x)}}{R^2} \times \left(\mathrm{last(vx)}^2 + \mathrm{last(vy)}^2 - \mathrm{g} \times \mathrm{last(y)}\right)$$

$$8.92857, t = 0$$

$$\mathrm{ay} = -\mathrm{g} - \frac{\mathrm{last(y)}}{R^2} \times \left(\mathrm{last(vx)}^2 + \mathrm{last(vy)}^2 - \mathrm{g} \times \mathrm{last(y)}\right)$$

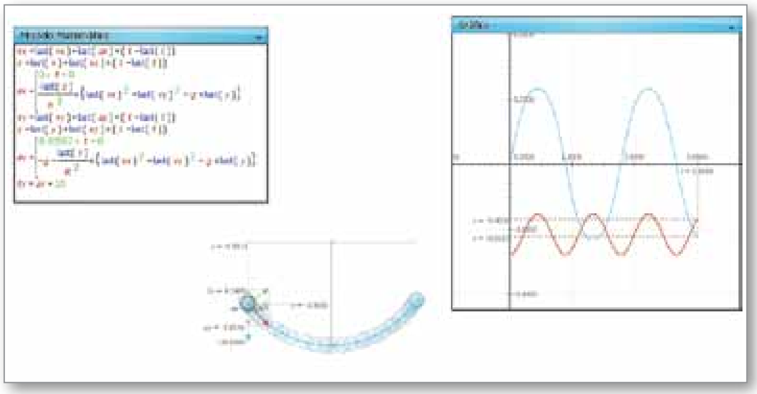
$$\mathrm{Ty} = \mathrm{ay} + 10$$

a) Ingresar estas expresiones en la ventana de modelo matemático. Luego, en la variable independiente, seleccionar un valor de 0.01 para el paso del tiempo entre valores 0 y 3. En los parámetros, colocar el valor de 0.7 para el radio y de 10 para la aceleración de la gravedad. En las condiciones iniciales, colocar el valor 0 para x, 2.5 para la componente *x* de la velocidad, *vx*, 0 para la componente y de la velocidad, *vy* y (-0.7) para *y*. En el espacio de trabajo, colocar una partícula y asignarle las coordenadas *x* e *y* para horizontal y vertical.

b) Correr la visualización con el botón verde de abajo a la izquierda. Se verá un video como el siguiente http://youtu.be/QY3PPmREy2g, en el cual se agregó un vector que muestra la aceleración en cada instante de tiempo.

c) Agregar una definición para la componente de la tensión en dirección radial, para luego agregar un vector que muestre la tensión y el peso en función del tiempo. Con paciencia, correr la visualización con intervalos de tiempos de 0.001 para evitar los errores que aparecen si el paso del tiempo es demasiado grande, como en el caso anterior.

La siguiente imagen muestra la solución final. El movimiento es el correspondiente a una oscilación armónica, con el cuerpo moviéndose siempre a una distancia igual a la longitud de la cuerda que forma el péndulo:



d) Utilizando un procesador de textos, redactar un informe detallado de todos los pasos realizados en esta actividad. Se pueden incluir programas realizados y gráficos.

Actividad 5. Fuerzas elásticas. Movimiento oscilatorio armónico

Se denomina fuerza elástica a toda interacción en la cual la fuerza sobre un cuerpo es proporcional a la posición del mismo. Un ejemplo de este tipo de fuerza aparece al unir un cuerpo a un resorte. Si consideramos un sistema de referencia con su origen en la posición de equilibrio del cuerpo en el extremo de un resorte, y considerando el movimiento en una sola dimensión, podemos describir la posición del cuerpo en función de su coordenada sobre un eje *x*. Luego, la fuerza que aparecerá, será de la forma $\vec{F} = -k\vec{r} = -k\vec{x}$. Se tratará de una fuerza constitutiva, que hará que el cuerpo vuelva a su posición de equilibrio cuando se lo desplace de esa posición.

a) Considerar un cuerpo de masa 2,3 kg, unido al extremo de un resorte de constante k = 7 N/m. Si se desplaza el cuerpo 30 cm desde su posición de equilibrio y se lo suelta partiendo del reposo, resolver el problema numéricamente.

b) Graficar la posición, velocidad y aceleración en función del tiempo.

- ¿En qué posición la velocidad del cuerpo es máxima? ¿Cuánto vale en ese momento la fuerza elástica?

c) Calcular el período de oscilación de este problema.

d) Utilizando un procesador de textos, redactar un informe detallado de todos los pasos realizados en esta actividad. Se pueden incluir programas realizados y gráficos.

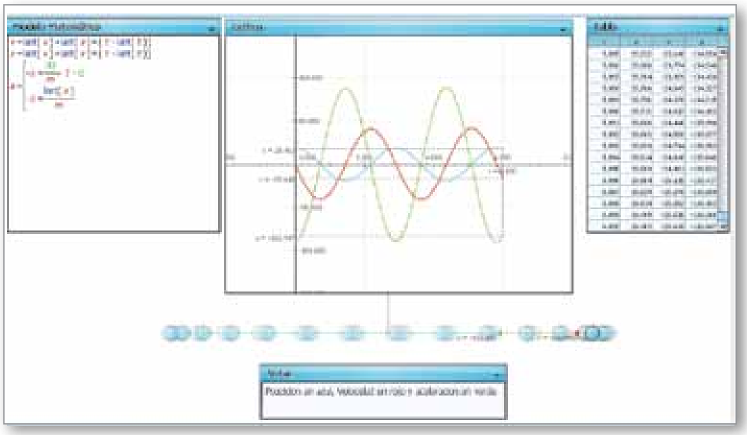


Imagen con la solución utilizando Modellus.

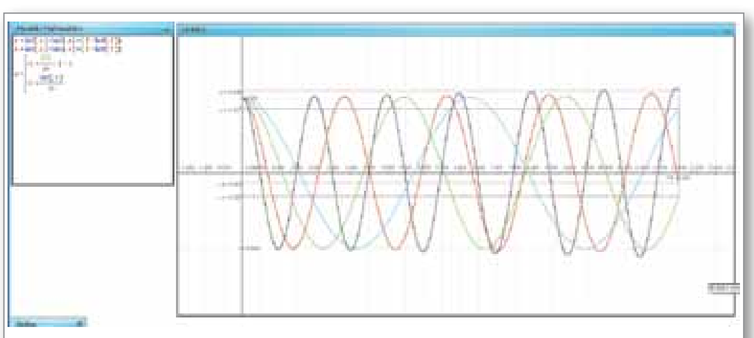
Actividad 6. Período de un cuerpo unido a un resorte y su dependencia con la masa del cuerpo

a) Resolver numéricamente el movimiento de cuerpos de distintas masas (1, 2, 5, 10, 20 50, 100 500 y 1000 gramos) unidos al extremo de resorte con constante elástica k = 1 N/m.

b) En cada caso, calcular –leyendo de la tabla de valores correspondiente– el período de oscilación de cada masa, o sea, el tiempo que tarda en ir y volver desde un extremo del movimiento hasta la misma posición del extremo.

c) Graficar los períodos encontrados en función de las masas de los cuerpos. Realizar el gráfico del logaritmo del período en función del logaritmo de la masa del cuerpo. Con ello, intentar concluir la relación entre el período de oscilación y la masa del cuerpo unido al extremo del resorte.

d) Utilizando un procesador de textos, redactar un informe detallado de todos los pasos realizados en esta actividad. Se pueden incluir programas realizados y gráficos.



Resolución utilizando Modellus para masas de 100, 200, 500 y 1000 gramos.

Actividad 7. Período de un cuerpo unido a un resorte y su dependencia con la constante del resorte

- **a)** Resolver numéricamente el movimiento de un cuerpo de masa 1 kg unido al extremo de diversos resortes con constantes elásticas (1, 2, 5, 10, 20 50, 100 500 y 1000 N/m).
- **b)** En cada caso, calcular el período de oscilación de masa para cada resorte, esto es el tiempo que tarda en ir y volver desde un extremo del movimiento hasta la misma posición del extremo.
- **c)** Graficar los períodos encontrados en función de las constantes elásticas de los resortes. Realizar el gráfico del logaritmo del período en función del logaritmo de las constantes elásticas de los resortes. Con ello, intentar concluir la relación entre el período de oscilación y la constante elástica del resorte.
- **d)** Utilizando un procesador de textos redactar un informe detallado de todos los pasos realizados en esta actividad. Se pueden incluir programas realizados y gráficos.

Secuencia didáctica n.º 4
Fuerzas de rozamiento

Actividad 1. Caída libre considerando el rozamiento con el aire

Si se considera la interacción de un cuerpo con el medio en el cual se mueve, sea este un líquido o un gas, aparecerá una fuerza de resistencia que se opondrá al movimiento del cuerpo. Esta fuerza irá en dirección contraria al movimiento y aumentará al aumentar la velocidad del cuerpo. La forma en que varía la magnitud de esta fuerza puede ser complicada por lo que se considerarán dos casos: uno en el que varíe linealmente con la velocidad, y otro que lo haga como el cuadrado de la velocidad. El primer caso se observa en cuerpos que caen en un líquido o cuerpos pequeños que caen en el aire. El segundo caso aparece en cuerpos más grandes moviéndose en el aire a velocidades mayores, como puede ser un paracaidista en caída libre antes de abrir su paracaídas.

- **a)** Considerar una esfera de metal inmersa en un líquido, por ejemplo, en aceite. Sobre el cuerpo no actuará solamente la fuerza peso (no se considera aquí la fuerza de empuje) sino que habrá una fuerza adicional de rozamiento con el aceite, contraria al desplazamiento. Se observa que la fuerza es proporcional a la velocidad, por lo que podemos escribir esta fuerza como $\vec{F}_R = -b\vec{v}$ con b una constante de proporcionalidad, por lo que para una caída libre la fuerza peso tendrá sentido hacia abajo mientras que la fuerza de rozamiento será hacia arriba. Luego la segunda ley de Newton nos permitirá calcular la aceleración.

$\vec{P} + \vec{F}_R = m\vec{g} - b\vec{v} = m\vec{a}$

La variación más importante de la velocidad tendiendo asintéticamente a una velocidad límite se da en los primeros centímetros del movimiento. Estimar el tiempo en el que alcanza aproximadamente la velocidad límite suponiendo una caída libre desde el reposo que recorra unos 20 cm. Con ese tiempo realizar la simulación.

b) Resolver numéricamente la caída de una esfera de metal de 2 g en un recipiente lleno de aceite, sabiendo que el coeficiente de la fuerza rozamiento *b* = 390 g/s.

c) Graficar la posición, velocidad y aceleración en función del tiempo. ¿Cuál es la velocidad final que alcanza la esfera en su caída?

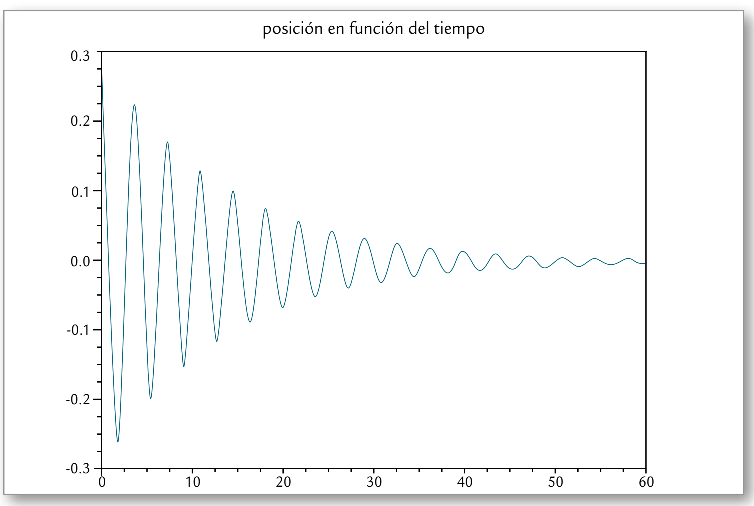
d) Utilizando un procesador de textos, redactar un informe detallado de todos los pasos realizados

Actividad 2. Movimiento oscilatorio amortiguado

a) Considerar un cuerpo de masa 2,3 kg, unido al extremo de un resorte de constante *k* = 7 N/m. Se desplaza el cuerpo 30 cm desde su posición de equilibrio y se lo suelta partiendo del reposo. Considerar una fuerza de rozamiento con el aire proporcional a la velocidad con un coeficiente de la fuerza rozamiento *b* = 0,35 kg/s.

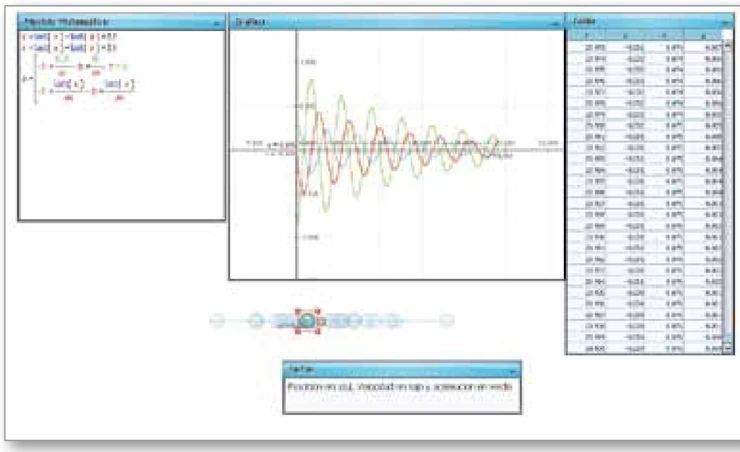
b) Resolver el problema numéricamente utilizando el programa Scilab.

c) Graficar la posición, velocidad y aceleración en función del tiempo.



Ejemplo de problema graficado en el programa Scilab.

d) Calcular el período de oscilación de este problema considerando cuánto tiempo tarda en pasar dos veces por la posición de equilibrio. Por su parte, resolviendo el problema numéricamente utilizando el software Modellus se pueden obtener los siguientes resultados, agregando lápices en el entorno de trabajo para graficar la posición, velocidad y aceleración en función del tiempo.



e) Calcular el período de oscilación de este problema considerando cuánto tiempo tarda en pasar dos veces por la posición de equilibrio.

f) Utilizando un procesador de textos, redactar un informe detallado de todos los pasos realizados en esta actividad. Se pueden incluir programas realizados y gráficos.

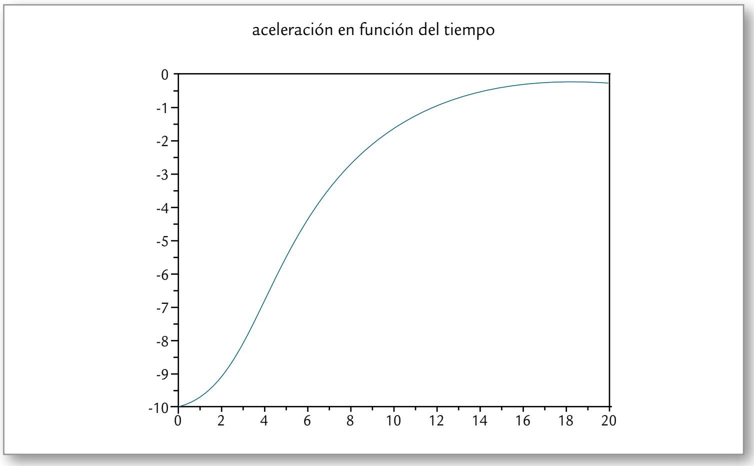
Actividad 3. Caída libre considerando el rozamiento con el aire a altas velocidades

a) Considerar un paracaidista en caída libre, con una tabla de surf, en lo que se llama un surfista de nubes. En este caso, la fuerza de rozamiento es proporcional al cuadrado de la velocidad y tiene un coeficiente que depende de la densidad del aire, el área que presenta el cuerpo que cae y un coeficiente de arrastre. La fuerza resistiva se escribirá como $\vec{F}_R = -u|\vec{v}|\vec{v}$ con u, una constante de proporcionalidad, por lo que para la caída la fuerza peso tendrá sentido hacia abajo mientras que la fuerza de rozamiento será hacia arriba. Luego la segunda ley de Newton permitirá calcular la aceleración $\vec{P} + \vec{F}_R = m\vec{g} - u\vec{v}|\vec{v}| = m\vec{a}$

b) Considerar un surfista de nubes con una masa de 75 kg, teniendo en cuenta también su tabla, que salta desde una altura de 3000 m. Considerando un movimiento vertical, su velocidad inicial será nula.

Resolver numéricamente el movimiento sabiendo que el coeficiente de la fuerza de rozamiento u = 0,2 kg m.

c) Utilizando el programa Scilab, graficar la posición, velocidad y aceleración en función del tiempo. ¿Cuál es la velocidad final que el surfista alcanza en su caída?



d) Utilizando un procesador de textos, redactar un informe detallado de todos los pasos realizados en esta actividad. Se pueden incluir programas realizados y gráficos.

Actividad 4. Tiro oblicuo considerando el rozamiento con el aire

a) Considerar a un jugador de fútbol pateando una pelota, la cual comienza a moverse con una velocidad inicial de 45 m/s. Si el coeficiente de la fuerza de rozamiento para este cuerpo es de 33 g/s y su masa es de 140 g, resulta una fuerza de arrastre inicial de 1,485 N contraria a la dirección de la velocidad, mientras que la fuerza peso para la pelota tiene un valor constante de 1,4 N, con lo cual la fuerza de rozamiento no es despreciable frente a la fuerza peso y debe ser considerada en el movimiento.

$$\vec{P} + \vec{F}_R = m\vec{g} - b\vec{v} = m\vec{a}$$

b) Primero, visualizar el problema con el Modellus sin considerar el rozamiento utilizando las ecuaciones de movimiento para un ángulo inicial de 30 grados y otro con el complementario.

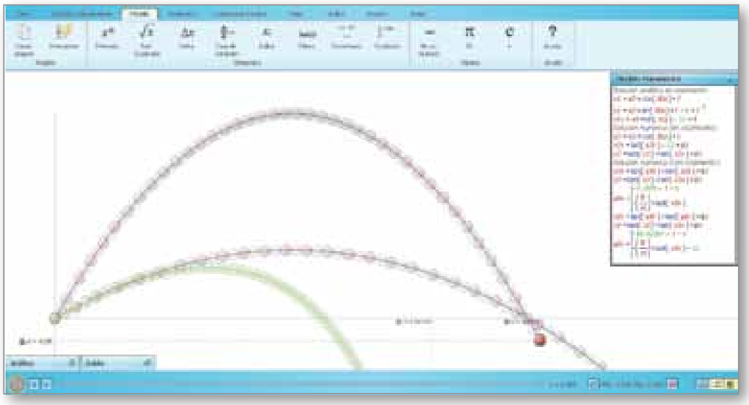
- ¿Cómo son los alcances horizontales para los ángulos complementarios?
- ¿Qué valor del ángulo inicial da como resultado un mayor alcance horizontal?

Para considerar el rozamiento, hay que utilizar el modelado numérico. Escribir las ecuaciones en el modelo matemático y visualizar el problema para un valor del coeficiente de la fuerza de rozamiento igual a 0, con lo que se debería recuperar los resultados del punto *a* y luego tomar $b = 33$ g/s.

c) Identificar la altura máxima y el alcance horizontal y comparar estos valores con y sin rozamiento.

Visualizar el problema con rozamiento para distintos ángulos iniciales del vector velocidad e identificar para qué ángulo el alcance horizontal es máximo. Comparar este resultado con el del ítem a, sin rozamiento.

En la siguiente imagen se puede observar el resultado con Modellus, en azul la solución analítica sin rozamiento, en rojo el modelado numérico que coincide con el anterior, ambos para un ángulo de 30° y 60°. Finalmente, en verde se muestra el movimiento considerando el rozamiento (en la ventana se pueden observar las ecuaciones para el modelo matemático).



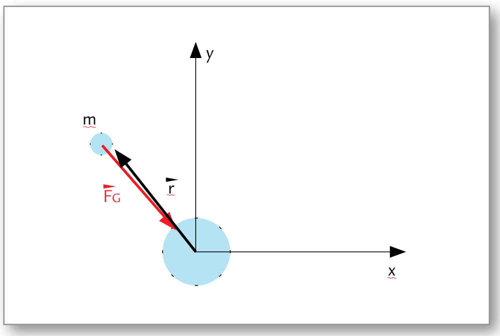
d) Utilizando un procesador de textos, redactar un informe detallado de todos los pasos realizados en esta actividad. Se pueden incluir programas realizados y gráficos.

Secuencia didáctica n.º 5
Fuerza de gravitación universal

La fuerza gravitatoria es una fuerza atractiva que aparece entre todo par de cuerpos con una masa dada. A través de observaciones, se pudo concluir que cuanto mayor es la masa de los cuerpos, mayor es la fuerza de atracción entre ellos y que cuanto menor es la distancia entre los cuerpos, mayor es la fuerza. Newton descubrió este principio fundamental de la

Física y lo expresó en su ley de la gravitación universal: “Todos los cuerpos del universo se atraen mutuamente con una fuerza que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa”, $\left|\vec{F}_G\right| = \frac{Gm_1m_2}{d^2}$, donde el valor de G, la constante de gravitación universal, está dado por 6,67 10^{-11} $m^3/(kg\ s^2)$. Esta fuerza atractiva aparece en la dirección de la recta de acción que determinan ambos cuerpos.

Si se considera una de las masas fijas en el espacio (la que le corresponda a una masa mucho mayor que la otra) y allí se toma el origen del sistema de referencia utilizado, la fuerza de atracción que aparecerá en la otra masa que orbite alrededor de esta estará siempre apuntando a la primera masa fija en el origen (a esta fuerza que apunta siempre a un punto fijo se la llama fuerza central, como es el caso de la fuerza en un movimiento circular uniforme o la tensión en un péndulo). La fuerza gravitatoria tendrá el módulo mencionado arriba y estará en la dirección $-\hat{r} = -\frac{\vec{r}}{\left|\vec{r}\right|} = \left(-\frac{x}{R}, -\frac{y}{R}\right)$.



Por su parte, la distancia entre ambos cuerpos queda determinada por el módulo del vector que marca la posición del cuerpo del que queremos describir su movimiento.

Por lo que la fuerza gravitatoria sobre el cuerpo será

$$\vec{F}_G = \frac{Gm_1m_2}{d^2}\left(-\hat{r}\right) = \frac{Gm_1m_2}{\left|\vec{r}\right|^2}\left(-\frac{\vec{r}}{\left|\vec{r}\right|}\right) = -\frac{Gm_1m_2}{\left|\vec{r}\right|^3}(x, y) = -\frac{Gm_1m_2}{\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)^3}(x, y)$$

Las leyes de Kepler fueron enunciadas por Johannes Kepler para describir matemáticamente el movimiento de los planetas en sus órbitas alrededor del Sol.

Primera ley (1609). Todos los planetas se desplazan alrededor del Sol describiendo órbitas elípticas, estando el Sol situado en uno de los focos.

Segunda ley (1609). El radio vector que une un planeta y el Sol barre áreas iguales en tiempos iguales. Así cuando el planeta está más alejado del Sol (afelio) su velocidad es menor que cuando está más cercano al Sol (perihelio).

Tercera ley (1618). Para cualquier planeta, el cuadrado de su período orbital es directamente proporcional al cubo de la longitud del semieje mayor a de su órbita elíptica.

$$\frac{T^2}{a^3} = \text{constante}$$

Donde T es el período orbital (tiempo que tarda en dar una vuelta alrededor del Sol) y a la distancia media del planeta con el Sol.

Actividad 1. Movimiento de Venus alrededor del Sol. Órbita circular. Modellus

Para resolver el movimiento de Venus alrededor del Sol suponiendo una órbita circular, se utilizará la expresión para la fuerza gravitatoria:

$$\vec{F}_G = \frac{Gm_1m_2}{d^2}\left(-\hat{r}\right) = \frac{Gm_1m_2}{\left|\vec{r}\right|^2} \; -\frac{\vec{r}}{\left|\vec{r}\right|} \; = -\frac{Gm_1m_2}{\left|\vec{r}\right|^3}(x, y) = -\frac{Gm_1m_2}{\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)^3}(x, y)$$

En el caso particular de una órbita circular, la fuerza gravitatoria será siempre sólo centrípeta y su módulo como en el caso del movimiento circular será igual al módulo de la velocidad al cuadrado, dividido por el radio de la órbita. De esta forma el radio de la órbita determina el módulo de la velocidad, dado que la aceleración está dada por la ley de gravitación:

$\left|\vec{a}_G\right| = \dfrac{Gm_1}{R^2} = \left|\vec{a}_{centrípeta}\right| = \dfrac{\left|\vec{v}\right|^2}{R}$ con lo cual el módulo de la velocidad será $\left|\vec{v}\right| = \sqrt{\dfrac{Gm_1}{R}}$ y constante como tiene que ser en un movimiento circular uniforme.*

*** nota**
Para el caso circular, la velocidad inicial es perpendicular a la fuerza gravitatoria. No imponer la condición de módulo de la velocidad constante dado que esto es algo que tiene que obtenerse como solución del modelado.

Tomando la masa del Sol 1,99 10^{30} kg y el radio de la órbita de Venus igual a 108 10^6 km, y recordando que la constante de gravitación universal es igual a 6,67 10^{-11} $m^3/(kg\ s^2)$, se pueden encontrar las expresiones para la aceleración, velocidad inicial y posición inicial. Para que la órbita sea circular, sólo considerar la velocidad inicial perpendicular a la posición y por ende a la aceleración.

a) Resolver el problema numéricamente. Para trabajar con valores razonables, hay que expresar las posiciones en miles de kilómetros y los tiempos en horas. De esta forma se obtiene que la posición inicial será de 108.000, la velocidad inicial, cuyo cuadrado dividido el radio será igual a la aceleración centrípeta y esta será la fuerza gravitatoria sobre la masa de Venus, dando un módulo para la velocidad de 35058 m/s o bien 126,2 (miles de km/h). Este será el valor inicial para la componente y de la velocidad, suponiendo a Venus en la posición inicial $(x, y) = (108.000, 0)$. Por último, para la aceleración tendremos en miles de kilómetros por horas cuadradas, -1,72 10^9 (miles km/h^2) (x, y) / (módulo vector posición)^3, o bien poniendo el 10^9 dentro de la raíz cuadrada del módulo y el cubo, resulta: -1,72 (miles km/h^2) (x, y) / $(sqrt((x/1000)^2 + (y/1000)^2))^3$.

b) Escribir en Modellus el modelo matemático:

Modelo Matemático

$$vx = \mathrm{last}(vx) + \mathrm{last}(ax) \times \quad t$$
$$vy = \mathrm{last}(vy) + \mathrm{last}(ay) \times \quad t$$
$$x = \mathrm{last}(x) + \mathrm{last}(vx) \times \quad t$$
$$y = \mathrm{last}(y) + \mathrm{last}(vy) \times \quad t$$
$$ax = \begin{matrix} -1.14746, t = 0 \\ -1.72 \times \dfrac{\mathrm{last}(x)}{\left(\sqrt{\left(\dfrac{\mathrm{last}(x)}{1000}\right)^2 + \left(\dfrac{\mathrm{last}(y)}{1000}\right)^2}\right)^3} \end{matrix}$$
$$ay = \begin{matrix} 0, t = 0 \\ -1.72 \times \dfrac{\mathrm{last}(y)}{\left(\sqrt{\left(\dfrac{\mathrm{last}(x)}{1000}\right)^2 + \left(\dfrac{\mathrm{last}(y)}{1000}\right)^2}\right)^3} \end{matrix}$$

c) Graficar la coordenada *x* y la coordenada *y* en función del tiempo. Graficar la coordenada *y* en función de la coordenada *x* (este gráfico corresponde a la órbita de Venus con el Sol en el centro del sistema de referencia). Ingresar en Modellus una partícula en el espacio de trabajo y asignarle las coordenadas *x* e *y* respectivamente. Como estarán en valores de los 100.000, colocar en la escala que 1 unidad corresponda a 0.002 píxeles y dejar una marca cada 1000 pasos.

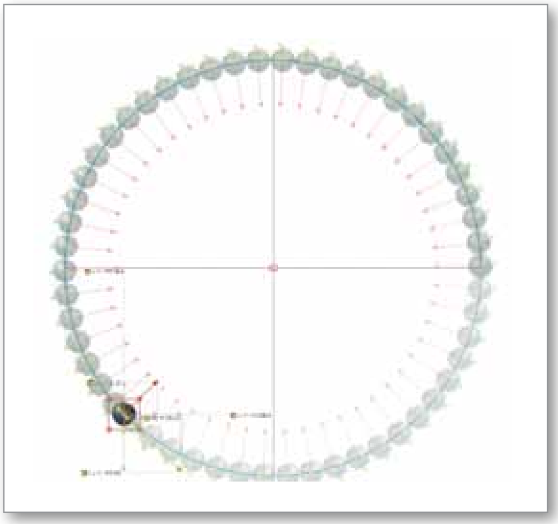
d) Calcular el período del movimiento (cuánto tiempo tarda en dar una vuelta alrededor del Sol). Recordar que Venus está más cerca del Sol, por lo que su período será menor a un año.

- ¿El problema depende de la masa del planeta? Confirmar que el módulo de la velocidad permanece constante.

Por último, resolver el problema numérico de a pasos de una décima de hora para un tiempo de un año, u 8760 horas, colocando estos valores en el menú de variable independiente. En la imagen se pueden ver los valores iniciales y la solución para el problema, donde se agregó un vector en rojo que marca la aceleración en distintas etapas del problema.

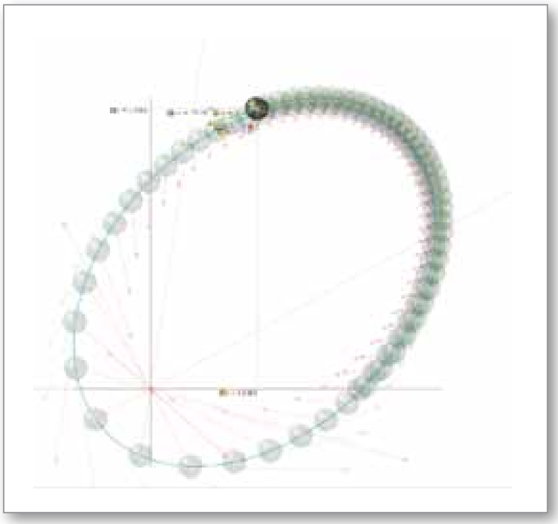
e) Verificar la segunda y la tercera ley de Kepler. Utilizar un acumulador para calcular el área que barre el vector posición en la segunda ley de Kepler, realizando en cada paso el producto entre el módulo del vector posición y el desplazamiento sobre dos (considerando esa área como el área de un triángulo con lados en el módulo del vector posición y el desplazamiento).

f) Utilizando un procesador de textos, redactar un informe detallado de todos los pasos realizados en esta actividad. Se pueden incluir programas realizados y gráficos.



Actividad 2. Movimiento planetario. Órbita elíptica

En esta actividad se cambiarán las condiciones iniciales del problema, tal que la velocidad inicial no sea perpendicular a la posición y la aceleración. Para ello se considerará el mismo módulo para la velocidad de la actividad anterior, pero descompuesta en partes iguales en ambas componentes, resultando un valor de 89,24 miles de km por hora para cada componente. En este caso, el resultado de la simulación da una órbita elíptica.



Órbita elíptica con Modellus.

Sin embargo, se puede observar que luego de una vuelta la órbita no se cierra. Para tener un resultado mejor de la órbita en este caso, disminuir a 0.01 el paso para la variable independiente, el tiempo en horas, manteniendo el tiempo máximo en un año, 8760 horas. También varía cada cuántos pasos dejar una marca para la partícula y los vectores y agregar, además del vector aceleración, el vector velocidad. Eliminar la tabla de valores para que el programa Modellus no utilice toda la memoria disponible.

a) Verificar la segunda y la tercera ley de Kepler. Utilizar un acumulador para calcular el área que barre el vector posición en la segunda ley de Kepler, realizando en cada paso el producto entre el módulo del vector posición y el desplazamiento sobre dos (considerando esa área como el área de un triángulo con lados el módulo del vector posición y el desplazamiento).

b) Utilizando un procesador de textos, redactar un informe detallado de todos los pasos realizados en esta actividad. Se pueden incluir programas realizados y gráficos.

3 Trabajo y energía

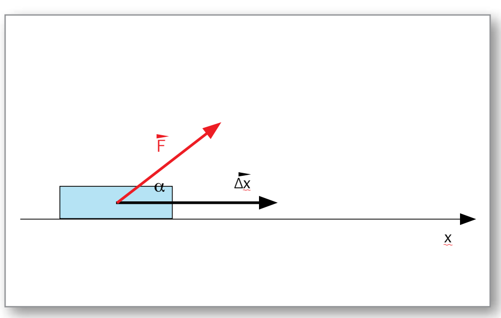
En este último bloque se presentan contenidos relacionados con el trabajo que realizan las fuerzas y su relación con la energía. Los contenidos que se abordan en cada actividad sugerida son los que habitualmente se desarrollan en la materia; por este motivo, se realizan breves introducciones a fin de que el docente incluya una o todas las actividades sugeridas en el momento de la clase que considere oportuno.

Las propuestas plantean el uso de fuerzas conocidas como la fuerza gravitatoria, elástica y fuerzas de vínculo, utilizando su correcta descripción vectorial con un tratamiento más riguroso de la nomenclatura y una forma innovadora de abordar problemas de Física. Utilizando los programas Modellus o Scilab, se realiza el cálculo del trabajo realizado, sumando los aportes realizados por las fuerzas en cada pequeño desplazamiento que se produce al realizar el modelado numérico en la forma en que se resolvieron en las actividades de Dinámica del bloque 2.

El uso de los programas Modellus y Scilab para resolver problemas de trabajo y energía permitirá al docente concentrarse en la interpretación, comparación, construcción de hipótesis y conclusiones, y aprovechar la capacidad de cálculo de la netbook para que resuelva problemas que no pueden resolverse con papel y lápiz con las matemáticas del nivel medio, en el caso del trabajo de las fuerzas. La posibilidad de visualizar la solución de los problemas planteados en tiempo real permitirá a los alumnos una mayor comprensión de los temas desarrollados.

Secuencia didáctica n.º 6
Trabajo de una fuerza. Energía cinética

En Mecánica clásica, el trabajo que realiza una fuerza constante se define como el producto del módulo de la fuerza por el módulo del desplazamiento que recorre su punto de aplicación, por el coseno del ángulo que forman la fuerza y el desplazamiento. Esto también se conoce como el producto escalar entre estos dos vectores: $W = \left|\vec{F}\right| \left|\vec{x}\right| \cos(\alpha)$



donde W es el trabajo mecánico, $|\vec{F}|$ es el módulo de la fuerza, $|\vec{x}|$ es el módulo del vector desplazamiento y α es el ángulo que forman entre sí el vector fuerza y el vector desplazamiento. Cuando el vector fuerza es perpendicular al vector desplazamiento del cuerpo sobre el que se aplica, dicha fuerza no realiza trabajo alguno. El trabajo es una magnitud física escalar (representado por un número) y se expresa en unidades de energía, Joules.

Si la fuerza no es constante, el trabajo se puede calcular como la suma de los pequeños trabajos que realiza la fuerza en un desplazamiento muy pequeño, tal que se puede considerar a la fuerza constante durante ese pequeño desplazamiento.

Por último, considerando que se trabaja con vectores, se puede utilizar el producto escalar entre vectores, que es igual al producto de los módulos de los vectores por el coseno del ángulo que forman, que es precisamente lo que se hace al calcular el trabajo.

Así, en el producto de dos vectores $\vec{A}$ = (Ax, Ay, Az) por $\vec{B}$ = (Bx, By, Bz), el producto escalar viene dado por $\vec{A} \cdot \vec{B}$ = (Ax, Ay, Az) · (Bx, By, Bz) = Ax Bx + Ay By + Az Bz

O en el caso de vectores en dos dimensiones se tiene

$\vec{A} \cdot \vec{B}$ = (Ax, Ay) · (Bx, By) = Ax Bx + Ay By

En cualquiera de los casos, $\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}|\,|\vec{B}|\cos(\alpha)$ por lo que el trabajo de una fuerza constante será igual a $W = \vec{F}\ \vec{x}$.

Energía cinética

Se define como la capacidad de realizar un trabajo asociada al movimiento de un cuerpo y es igual a la mitad del producto de la masa por el cuadrado del módulo de la velocidad (que es igual al producto escalar del vector velocidad por sí mismo).

$$E_c = \frac{1}{2} m |\vec{v}|^2 = \frac{1}{2} m \vec{v}.\vec{v}$$

Teorema de las fuerzas vivas

El teorema de las fuerzas vivas establece que el trabajo realizado por la fuerza neta o resultante sobre un cuerpo es igual a la variación en la energía cinética del cuerpo sobre la que actúa.

Actividad 1. Trabajo de la fuerza peso en una caída libre

Considerar el siguiente problema: una piedra de 25 g se deja caer partiendo del reposo desde lo alto de un edificio, a una altura de 75 metros.

a) Resolver el problema numéricamente para tener las variables, posición, velocidad y aceleración.

b) Calcular el trabajo de la fuerza resultante (sólo actúa la fuerza peso, que es constante y siempre forma un ángulo de 0° con el desplazamiento, por lo que su coseno es igual a 1) como suma de pequeños trabajos en cada pequeño desplazamiento.

c) Calcular la energía cinética en función del tiempo y la variación durante el movimiento. Comparar esta variación y el trabajo de la fuerza resultante.

d) Utilizando un procesador de textos, redactar un informe detallado de todos los pasos realizados en esta actividad. Se pueden incluir programas realizados y gráficos.

Actividad 2. Trabajo en el movimiento oscilatorio. Péndulo

Considerar el siguiente ejercicio: dado un péndulo cuya longitud es de 70 cm, se sabe que cuando pasa por la parte más baja de su trayectoria tiene una velocidad de 2,5 m/s. Si la masa en el extremo del péndulo es de 1,5 kg:

a) Resolver el problema numéricamente para tener las variables, posición, velocidad y aceleración.

b) Calcular el trabajo de la fuerza resultante. Para ello, resolver el producto escalar entre la fuerza resultante (que por la segunda ley de Newton es igual a la masa por la aceleración) y el vector desplazamiento dado por la posición final menos la posición inicial en un pequeño intervalo de tiempo. Luego, sumar estos valores a lo largo del movimiento (utilizando un acumulador) como suma de pequeños trabajos en cada pequeño desplazamiento.

c) Calcular la energía cinética en función del tiempo y la variación durante el movimiento. Comparar esta variación y el trabajo de la fuerza resultante.

d) Utilizando un procesador de textos, redactar un informe detallado de todos los pasos realizados en esta actividad. Se pueden incluir programas realizados y gráficos.

Actividad 3. Trabajo en el movimiento oscilatorio amortiguado. Resorte con resistencia

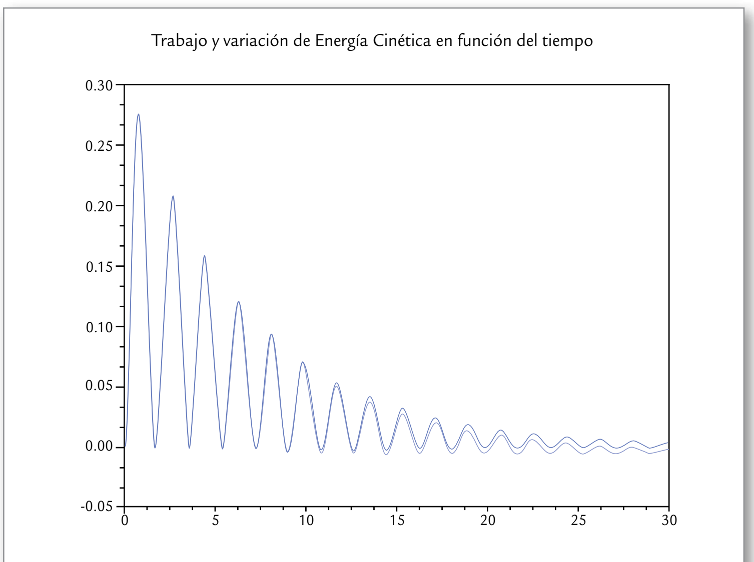
Un cuerpo de masa 2,3 kg, unido al extremo de un resorte de constante k = 7 N/m, se desplaza 30 cm desde su posición de equilibrio y se lo suelta partiendo del reposo. Considerar una fuerza de rozamiento con el aire proporcional a la velocidad, con un coeficiente de la fuerza rozamiento b = 0,35 kg/s.

a) Resolver el problema numéricamente para tener las variables, posición, velocidad y aceleración.

b) Realizar un diagrama de cuerpo libre con las fuerzas involucradas en las cuatro etapas que conforman un período.

c) Utilizando el programa Scilab, calcular el trabajo de la fuerza resultante. Para ello, resolver el producto escalar entre la fuerza resultante (que por la segunda ley de Newton es igual a la masa por la aceleración) y el vector desplazamiento dado por la posición final menos la posición inicial en un pequeño intervalo de tiempo. Luego, sumar estos valores a lo largo del movimiento (utilizando un acumulador) como suma de pequeños trabajos en cada pequeño desplazamiento.

d) Calcular la energía cinética en función del tiempo y la variación durante el movimiento. Comparar esta variación y el trabajo de la fuerza resultante.

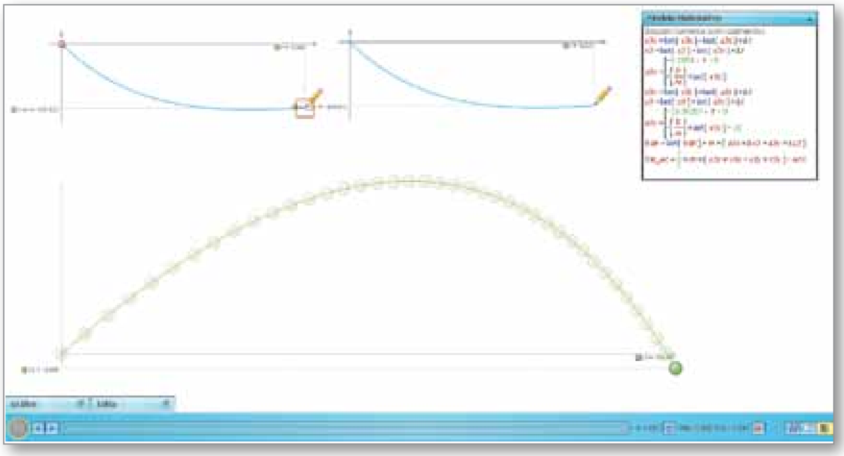


e) Utilizando un procesador de textos, redactar un informe detallado de todos los pasos realizados en esta actividad. Se pueden incluir programas realizados y gráficos.

Actividad 4. Trabajo de las fuerzas en un tiro oblicuo con rozamiento

Una pelota comienza su movimiento con una velocidad inicial de 45 m/s y forma un ángulo de 30 grados con la horizontal. Si el coeficiente de la fuerza de rozamiento para este cuerpo es de 33 g/s y su masa es de 140 g:

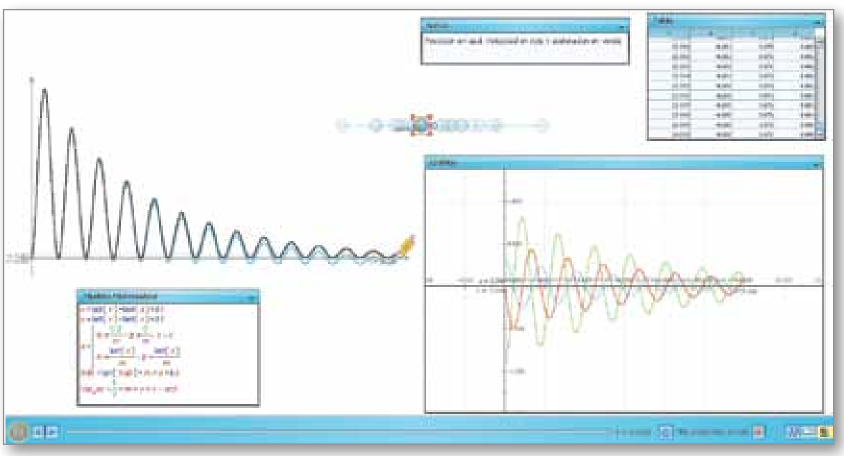
- Resolver el problema numéricamente con el Modellus para así tener las variables, posición, velocidad y aceleración.
- Calcular el trabajo de la fuerza resultante. Para ello, resolver el producto escalar entre la fuerza resultante (que por la segunda ley de Newton es igual a la masa por la aceleración) y el vector desplazamiento dado por la posición final menos la posición inicial en un pequeño intervalo de tiempo. Luego, sumar estos valores a lo largo del movimiento (utilizando un acumulador) como suma de pequeños trabajos en cada pequeño desplazamiento.
- Calcular la energía cinética en función del tiempo y la variación durante el movimiento. Comparar esta variación y el trabajo de la fuerza resultante utilizando dos lápices en el área de trabajo.
- Con un procesador de textos, realizar un informe detallado de todos los pasos realizados en esta actividad, incluyendo programas realizados y gráficos.



Actividad 5. Trabajo en el movimiento oscilatorio amortiguado. Resorte con resistencia con Modellus

Un cuerpo de masa 2,3 kg está unido al extremo de un resorte de constante k = 7 N/m. El cuerpo se desplaza 30 cm desde su posición de equilibrio y se lo suelta partiendo del reposo.

- Considerar una fuerza de rozamiento con el aire proporcional a la velocidad, con un coeficiente de la fuerza rozamiento $b = 0{,}35$ kg/s.
- Resolver el problema numéricamente con el software Modellus para tener las variables, posición, velocidad y aceleración.
- Realizar un diagrama de cuerpo libre con las fuerzas involucradas en las cuatro etapas que conforman un período.
- Calcular el trabajo de la fuerza resultante. Para ello, resolver el producto escalar entre la fuerza resultante (que por la segunda ley de Newton es igual a la masa por la aceleración) y el vector desplazamiento dado por la posición final menos la posición inicial en un pequeño intervalo de tiempo. Luego, sumar estos valores a lo largo del movimiento (utilizando un acumulador) como suma de pequeños trabajos en cada pequeño desplazamiento.
- Graficar el trabajo de cada fuerza en función de la coordenada x y de la velocidad y.
- Calcular la energía cinética en función del tiempo y la variación durante el movimiento. Comparar esta variación y el trabajo de la fuerza resultante.
- Realizar un informe detallado de todos los pasos realizados en esta actividad con un procesador de textos, incluyendo programas realizados y gráficos.



Secuencia didáctica n.º 7 Energía potencial

Las fuerzas pueden ser divididas en dos grupos: fuerzas conservativas y fuerzas no conservativas. La diferencia entre ellas es cómo es el trabajo en cada caso al ir desde un punto inicial (A) a otro final (B). Mientras que para las fuerzas conservativas el trabajo es independiente del camino que se toma para ir de A a B, en el caso de las no conservativas el valor del trabajo sí depende del camino seleccionado.

En particular para las fuerzas conservativas, como el trabajo sólo depende de la posición inicial y final y no del camino, este trabajo puede asociarse a la variación de una función que depende de la posición inicial y final. A esta función se la llama energía potencial o de posición.

Actividad 1. Trabajo de la fuerza gravitatoria en una órbita elíptica

Calcular el trabajo de la fuerza peso es algo sencillo de hacer, ya que se trata de una fuerza cuyo módulo, dirección y sentido permanecen constantes. De esta forma, tomando dos caminos diferentes que vayan entre dos puntos cualesquiera por caminos que sean paralelos y perpendiculares a la fuerza peso, el trabajo será fácil de calcular, ya que si el camino es paralelo al peso, el trabajo será el peso por la longitud del camino por el coseno del ángulo, que podrá ser 0° o 180°, por lo que el coseno dará 1 o -1. En los tramos de camino que sean perpendiculares al peso, el trabajo será 0 pues el ángulo que formarán será de 90° y su coseno es 0.

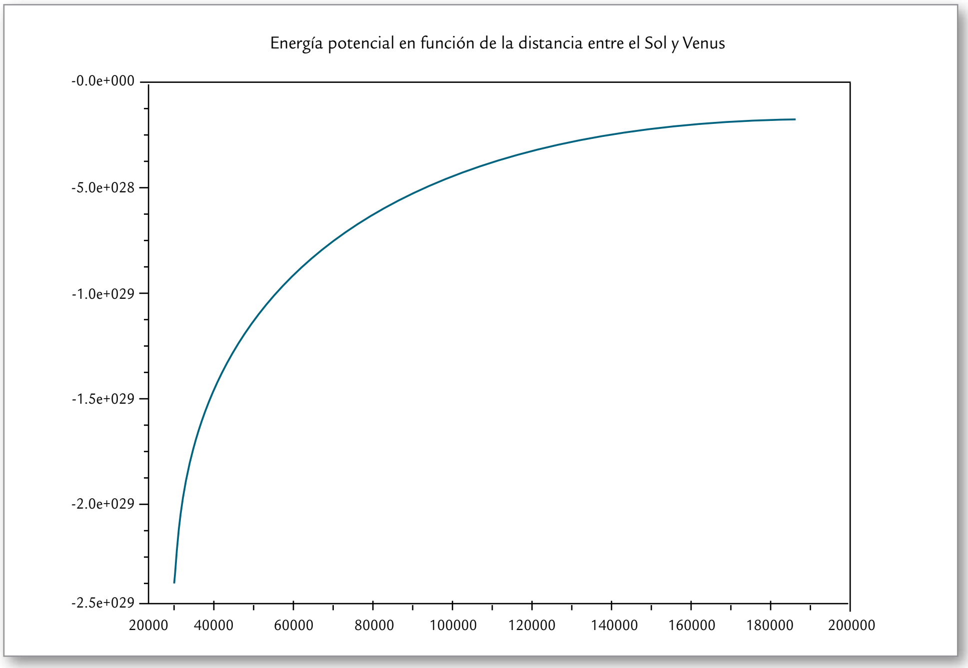
Sin embargo, en el caso más general de la fuerza gravitatoria para un cuerpo en órbita elíptica, la fuerza varía al cambiar la distancia entre los cuerpos, por lo que calcular el trabajo ya no será una tarea sencilla. Sí se lo puede hacer numéricamente, como en la actividad 2 de la secuencia 5, donde se observó una órbita elipsoidal.

Hay muchas formas de calcular el trabajo entre dos puntos. En esta oportunidad se hará de la siguiente forma: se tomará un camino entre dos puntos cualesquiera y se evaluará el trabajo de la fuerza gravitatoria por ese camino; luego, se calculará el trabajo entre los mismos puntos invirtiendo el sentido de la velocidad, con lo cual el camino a recorrer será por la órbita en sentido contrario. Nótese que si estos dos trabajos son iguales, entonces el trabajo sobre un camino cerrado deberá ser nulo en el caso de una fuerza conservativa, y esta es otra forma verificar el tipo de fuerza.

- Calcular el trabajo de la fuerza gravitatoria a lo largo de un camino cerrado (una vuelta a lo largo de su órbita).
- Utilizando Scilab, graficar el trabajo en función del tiempo.
- Graficar el trabajo en función de la coordenada *x* y de la coordenada *y*; verificar que cuando el cuerpo vuelve a su posición inicial, el trabajo acumulado a lo largo del recorrido sea nulo.
- Graficar el trabajo en función de la distancia de Venus al Sol. ¿Pue-

de inferir la dependencia del trabajo respecto de la posición? Esa dependencia, correspondiente en este caso a la fuerza de gravitación universal, es lo que se llama energía potencial gravitacional.

- Realizar un informe detallado de todos los pasos realizados en esta actividad en un procesador de textos, incluyendo programas realizados y gráficos.



Actividad 2. Trabajo de la fuerza elástica

Considerar el enunciado de la actividad 5 de la secuencia 3 un cuerpo de masa 2,3 kg está unido al extremo de un resorte de constante k = 7 N/m. Si ese cuerpo se desplaza 30 cm desde su posición de equilibrio y se lo suelta partiendo del reposo:

- Calcular el trabajo realizado por la fuerza elástica a lo largo del recorrido que realiza en un período.
- Graficar el trabajo en función del tiempo utilizando Scilab o Modellus. ¿Qué se puede decir del signo del trabajo en los distintos momentos? Si está acumulando el trabajo desde el momento inicial, entonces un trabajo positivo hará que el trabajo acumulado aumente, mientras que uno negativo hará que disminuya.
- Graficar el trabajo en función de la coordenada x y de la velocidad y, y verificar que cuando el cuerpo vuelva a su posición y velocidad inicial, el trabajo acumulado a lo largo del recorrido sea nulo. ¿Qué tipo de fuerza es la fuerza elástica?

- ¿Es posible inferir la dependencia del trabajo respecto de la posición? Esa dependencia es lo que se llama la energía potencial elástica.
- Realizar un informe detallado de todos los pasos realizados en esta actividad en un procesador de textos, incluyendo programas realizados y gráficos.

Secuencia didáctica n.º 8
Energía mecánica. Conservación de la energía

El trabajo de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es igual a la variación de la energía cinética:

$$W_{Resultante} = \quad E_{cinética} = \left(E_{C\_final} - E_{C\_inicial}\right)$$

Además, a todas las fuerzas se las puede separar en conservativas y no conservativas. Hasta aquí se ha visto que la fuerza elástica y la gravitatoria, con el peso como un caso particular, son conservativas. Su trabajo no depende del camino sino de la posición final e inicial, por lo que el trabajo de las fuerzas conservativas puede escribirse como menos la variación de una función que depende de las posiciones finales e iniciales y que se llama energía potencial:

$$W_{F\_Conservativas} = - \quad E_{potencial} = -\left(E_{P\_final} - E_{P\_inicial}\right)$$

De esta forma, separando el trabajo de todas las fuerzas en la suma del trabajo de cada tipo de fuerza, se tiene:

$$W_{Resultante} = W_{F\_No\_Conservativas} + W_{F\_Conservativas} = \quad E_{cinética}$$

$$W_{Resultante} = W_{F\_No\_Conservativas} - \quad E_{potencial} = \quad E_{cinética}$$

De la última igualdad se puede despejar el trabajo de las fuerzas no conservativas y ver que es igual a la variación de la energía cinética más la variación de energía potencial:

$$W_{F\_No\_Conservativas} = \quad E_{cinética} + \quad E_{potencial}$$

Así, si se define una nueva energía, la energía mecánica, igual a la energía cinética más la energía potencial, el trabajo de las fuerzas no conservativas será igual a la variación de la energía mecánica:

$$W_{F\_No\_Conservativas} = \quad E_{cinética} + \quad E_{potencial} = \left(E_{C\_final} - E_{C\_inicial}\right) + \left(E_{P\_final} - E_{P\_inicial}\right) =$$

$$W_{F\_No\_Conservativas} = \left(E_{C\_final} + E_{P\_final}\right) - \left(E_{C\_inicial} + E_{P\_inicia}\right) = \quad E_{Mecánica}$$

De esta última relación se desprende el principio de conservación de la energía cuando el trabajo de las fuerzas no conservativas es cero:

$$W_{F\_No\_Conservativas} = \quad E_{Mecánica} = 0$$

$$\left(E_{M\_final} - E_{M\_inicial}\right) = 0$$

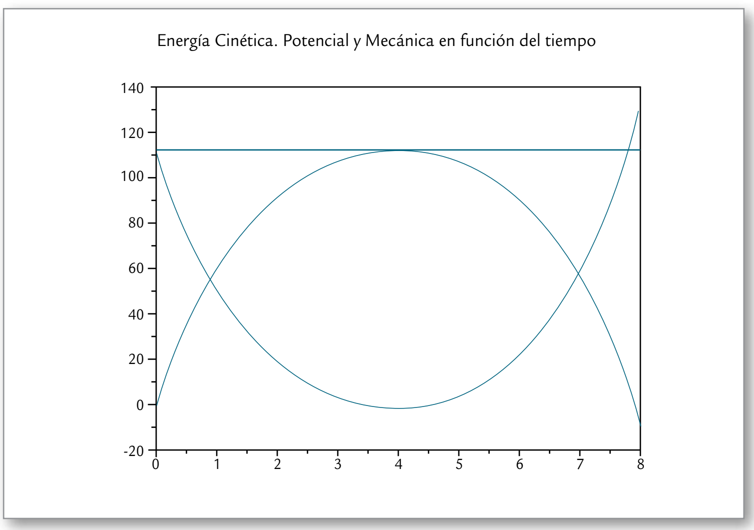
$$E_{M\_final} = E_{M\_inicial}$$

La energía mecánica se mantiene constante en el tiempo si el trabajo de las fuerzas no conservativas es cero. En estos casos, los cambios en la energía potencial deben ser complementarios a los de la energía cinética, por lo que si la energía potencial disminuye, la cinética deberá aumentar en forma proporcional tal que la suma de ambas, la energía mecánica, se mantenga constante.

Actividad 1. Energía mecánica en el tiro vertical

En el caso del tiro vertical y la caída libre, la fuerza que actúa sobre el cuerpo es el peso, por lo que la energía mecánica deberá ser constante en función del tiempo. Para el problema del tiro vertical de la actividad 1 de la secuencia 1: un jugador de fútbol profesional arroja una pelota de fútbol de masa 0,5 kg, en dirección vertical con una velocidad inicial de $\sqrt{1500}$ m/s.

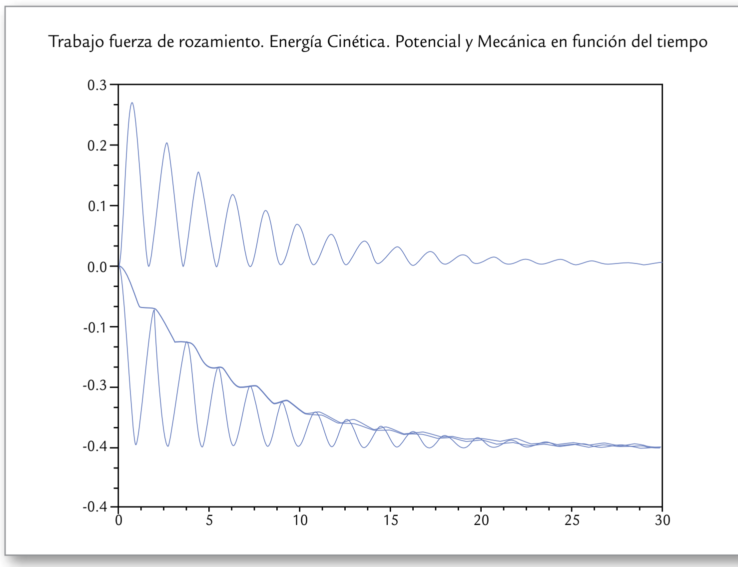
- Calcular la energía cinética y el trabajo de la fuerza gravitatoria (la fuerza peso, conservativa) a lo largo del movimiento.
- Utilizando Scilab, graficar el trabajo –cambiado de signo– en función de la posición. Obtener una expresión para la energía potencial.
- Graficar la energía cinética, potencial y mecánica en función del tiempo, verificando que una disminución en la energía potencial es proporcional al aumento en la energía cinética, de tal forma que la energía mecánica permanezca constante.



Actividad 2. Variación de energía mecánica y trabajo de las fuerzas no conservativas

Trabajar con el enunciado de la actividad 2 de la secuencia 4: considerar un cuerpo de masa 2,3 kg, unido al extremo de un resorte de constante k = 7 N/m. Si el cuerpo se desplaza 30 cm desde su posición de equilibrio y se lo suelta partiendo del reposo:

- Considerar una fuerza de rozamiento con el aire proporcional a la velocidad con un coeficiente de la fuerza rozamiento b = 0,35 kg/s.
- Calcular la energía cinética y el trabajo de la fuerza elástica y el trabajo de la fuerza de rozamiento a lo largo del movimiento.
- Utilizando el programa Scilab, graficar el trabajo de la fuerza de rozamiento, la energía cinética, potencial y mecánica en función del tiempo, verificando que la variación de la energía mecánica sea igual al trabajo de la fuerza de rozamiento, una fuerza no conservativa.
- Realizar un informe detallado de todos los pasos realizados en esta actividad en un procesador de textos, incluyendo programas realizados y gráficos.



Actividad 3. Resolver el movimiento horizontal de un cuerpo con rozamiento

Un cuerpo se mueve sobre una superficie horizontal en línea recta por regiones donde se puede despreciar el rozamiento entre el cuerpo y la superficie, y por otras donde no.

En los primeros 300 metros del movimiento lineal, el cuerpo y la superficie no presentan una fuerza de rozamiento apreciable. Luego, entre los 300 y 500 metros –y sólo en esta región de la recta–, se observa un coeficiente de rozamiento dinámico de 0.3. Si la masa del cuerpo es de 1,5 kg:

- Resolver analíticamente el movimiento del cuerpo con los diagramas de cuerpo libre en las diferentes regiones por donde se mueve el cuerpo. Para distintas velocidades iniciales, ¿qué velocidad debe tener el cuerpo para detenerse a $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{4}$ de la longitud de la región con rozamiento medidas desde el lado por el cual el cuerpo entra a esta región?

- Utilizando el software Modellus, realizar la visualización del problema y confirmar los resultados obtenidos analíticamente.
- Agregar varios lápices en el entorno de trabajo, graficar el trabajo de la fuerza de rozamiento y la variación de la energía mecánica en función del tiempo.
- Realizar un informe detallado de todos los pasos realizados en esta actividad con un procesador de textos, incluyendo programas realizados y gráficos.

Actividad 4. Resolver el movimiento horizontal de un cuerpo unido a un resorte con rozamiento

Un cuerpo de 1,5 kg unido a un resorte de constante elástica igual a 15 N/m se mueve sobre una superficie horizontal en línea recta por regiones donde se puede despreciar el rozamiento entre el cuerpo y la superficie y por otras donde no.

Tomando un sistema de coordenadas con origen en la posición en la que el cuerpo unido al resorte está en equilibrio, en los primeros 15 cm, en ambas direcciones, se observa un coeficiente de rozamiento dinámico de 0.3. Más allá de esos 15 cm no se observa rozamiento entre las superficies. Si en el instante inicial el cuerpo se encuentra en el origen de coordenadas con una velocidad de 4 m/s:

- ¿Cuánta energía pierde el cuerpo cada vez que pasa por la región con rozamiento?
- ¿Cuál es la máxima distancia que se aleja el cuerpo de la posición de equilibrio?
- ¿Cuántas veces pasa el cuerpo por la región con rozamiento antes de detenerse?
- Resolver el problema con Modellus y comparar los resultados con los obtenidos analíticamente.
- Agregar los lápices necesarios para graficar la posición, la velocidad y la aceleración en función del tiempo. También graficar el trabajo de la fuerza de rozamiento como la energía mecánica en función del tiempo.
- Realizar un informe detallado de todos los pasos realizados en esta actividad con un procesador de textos, incluyendo programas realizados y gráficos.

Actividad 5. Movimiento en un plano inclinado con rozamiento

Utilizar el software Modellus para resolver el siguiente problema: un cuerpo de 2,4 kg se mueve sobre una superficie horizontal sin rozamiento hasta llegar a la base de un plano inclinado. Debido a que la superficie del plano inclinado genera una fricción con el cuerpo, aparece una fuerza de rozamiento, con un coeficiente de rozamiento igual a 0.3.

- Resolver el movimiento del cuerpo sabiendo que el plano inclinado tiene una altura de 300 m y una base de 400.
- ¿Qué tipo de movimiento tiene el cuerpo cuando no está sobre el plano inclinado?
- Cuando está sobre el plano inclinado, plantear un diagrama de cuerpo libre para cuando el cuerpo sube y otro para cuando el cuerpo baja. ¿Qué tipo de movimiento tiene en cada uno de estos casos?
- Plantear un sistema de coordenadas con un eje paralelo al plano inclinado y resolver el problema analíticamente.

- Calcular utilizando la energía mecánica y el trabajo de las fuerzas no conservativas para que velocidades iniciales el cuerpo llega hasta la mitad del plano inclinado y qué velocidad necesita para llegar hasta la parte superior del mismo.
- Utilizando el Modellus resolver el problema, planteando como modelo la aceleración en las distintas etapas analizadas en los puntos a), b) y c). Para visualizar el problema y el movimiento sobre el plano inclinado, hay que realizar la proyección del movimiento en las componentes horizontal y vertical, ya que el Modellus sólo puede manejar cambios en estas direcciones.
- Agregar un lápiz para graficar la posición del cuerpo sobre el plano inclinado en función del tiempo. ¿Qué tipo de funciones se tiene que ver en cada región?
- Graficar el trabajo de las fuerzas no conservativas y la variación de la energía mecánica, y confirmar que se corresponden.
- Realizar un informe detallado de todos los pasos realizados en esta actividad con un procesador de textos, incluyendo programas realizados y gráficos.

Serie para la enseñanza en el modelo 1 a 1

conectar igualdad
www.conectarigualdad.gob.ar

Este libro se terminó de imprimir
en el mes de octubre de 2011,
en Gráfica Pinter, Diógenes Taborda 48,
Ciudad de Buenos Aires.